BREVET DES COLLEGES

MATHEMATIQUES

SESSION 2006

I-Activités numériques

Exercice 1

$$A=\frac{1}{3}+\frac{5}{6}\div\frac{3}{2} \qquad B=50\sqrt{45}-3\sqrt{5}+6\sqrt{125} \qquad C=\frac{5\times 10^{-2}\times 7\times 10^{5}}{2\times 10^{7}}$$

1)Calculer A en détaillant les étapes du calcul. Donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.
2)Ecrire B sous forme $a\sqrt{5}$ où a est un nombre entier. Détailler les étapes du calcul.
3)Calculer C et donner son écriture scientifique en détaillant les étapes du calcul.

$$A=\frac{1}{3}+\frac{5}{6}\times\frac{2}{3}$$
$$A=\frac{3}{9}+\frac{5\times 2}{3\times 2\times 3}$$
$$A=\frac{3}{9}+\frac{5}{9}$$
$$A=\frac{8}{9}$$

$$B=50\sqrt{9\times 5}-3\sqrt{5}+6\sqrt{25\times 5}$$
$$B=50\times 3\sqrt{5}-3\sqrt{5}+6\times 5\sqrt{5}$$
$$B=150\sqrt{5}-3\sqrt{5}+30\sqrt{5}$$
$$B=177\sqrt{5}$$

$$C=\frac{5\times 7}{2}\times\frac{10^{-2+5}}{10^{7}}$$
$$C=\frac{35}{2}\times\frac{10^{3}}{10^{7}}$$
$$C=17{,}5\times 10^{3-7}$$
$$C=17{,}5\times 10^{-4}$$
$$C=1{,}75\times 10^{-3}$$

Exercice 2

Soit $D=(2\ x+3)^2+(2\ x+3)(7\ x-2)$
1)Développer et réduire D.
2)Factoriser D.
3)Calculer D pour $x=-4$.
4)Résoudre l'équation $(2\ x+3)(9\ x+1)=0$

1)Développement :

$D=(2\ x)^2+2\times 2\ x\times 3+3^2+2\ x\times 7\ x-2\ x\times 2+3\times 7\ x-3\times 2$

$D=4\ x^2+12\ x+9+14\ x^2-4\ x+21\ x-6$

$D=18\ x^2+29\ x+3$

2)Factorisation :

$D=(2\ x+3)[(2\ x+3)+(7\ x-2)]$

$D=(2\ x+3)(9\ x+1)$

3)Calcul pour $x=-4$
Utilisation (par exemple) de la forme factorisée

$D=(2\times(-4)+3)\times(9\times(-4)+1)$

$D=(-8+3)\times(-36+1)$

$D=-5\times(-35)$

$D=175$

4)Résolution de l'équation :
Le produit $(2\ x+3)(9\ x+1)$ est nul si l'un de ses facteurs l'est.
Il y a donc deux possibilités :

soit $2\ x+3=0$ c'est-à-dire $x=\frac{-3}{2}$

soit $9\ x+1=0$ c'est-à-dire $x=\frac{-1}{9}$

↺

Exercice 3

Pierre a gagné 84 sucettes et 147 bonbons à un jeu. Etant très généreux, et ayant surtout très peur du dentiste, il décide de les partager avec ses amis. Pour ne pas faire de jaloux, chacun doit avoir le même nombre de sucettes et le même nombre de bonbons.
1)Combien de personnes au maximum pourront bénéficier de ces friandises (Pierre étant inclus dans ces personnes !) ?
2)Combien de sucettes et de bonbons aura alors chaque personne ?

1)Le nombre de personnes :
Pierre voulant partager ses bonbons, il n'en restera donc pas un à la fin. Le nombre de personnes qui participeront au festin doit donc être un diviseur commun à 84 et 147. De plus, on recherche le nombre maximum de personnes qui pourront en profiter. Ce nombre est donc le PGCD de 84 et 147.

Calcul :

$147 = 1 \times 84 + 63$

$84 = 1 \times 63 + 21$

$63 = 3 \times 21 + 0$

Le PGCD de 84 et 147 est donc 21. C'est le nombre de personnes maximum qui pourront se partager les bonbons de Pierre.

2)Et chacun aura :

$84 \text{ } sucettes \div 21 = 4 \text{ } sucettes$

$147 \text{ } bonbons \div 21 = 7 \text{ } bonbons$

Exercice 4

1)Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} 8x + 3y = 39{,}5 \\ 7x + 9y = 50{,}5 \end{cases}$$

2)Une balade d'une heure en mer est proposée à deux groupes de touristes.
Le premier groupe, composé de 8 adultes et de 3 enfants, paie 39,50 euros. Le second, composé de 7 adultes et de 9 enfants, paie 50,50 euros.
Quel est donc le prix d'un ticket pour un adulte ? Pour un enfant ?

1)Résolution par la méthode dite « par combinaison »
Triplons la première équation. On onbtient le système suivant :

$$\begin{cases} 24x + 9y = 118{,}5 \\ 7x + 9y = 50{,}5 \end{cases}$$

Soustrayons l'équation 2 à l'équation 1. Il reste :

$17x = 68$

d'où $x = \dfrac{68}{17} = 4$

Terminons la résolution par substitution de la valeur de x dans la première équation pour trouver y :

$8 \times 4 + 3y = 39{,}5$

d'où $3y = 7{,}5$ et donc $y = 2{,}5$.

2)Pour résoudre ce problème, posons (non sans avoir réfléchi) x le prix d'un ticket adulte et y celui du ticket enfant, en euros. Les données du problème se traduisent par le système suivant :

$$\begin{cases} 8x + 3y = 39{,}5 \\ 7x + 9y = 50{,}5 \end{cases}$$

Or, ce système a pour solution $x = 4$ et $y = 2{,}5$. Donc le ticket adulte coûte 4 euros et le ticket enfant 2,5 euros.