# Premier brevet blanc de mathématiques à Arthur Van Hecke, DUNKERQUE (12.01.06)

## Partie numérique (12 points)

### Exercice 1 (2,5 points)
- Calcul sur les fractions
- Ecriture décimale et écriture scientifique

### Exercice 2 (4 points)
- Développement, réduction d'une expression
- Calcul d'une expression pour une valeur donnée
- Factorisation « avec facteur commun »
- Résolution d'une « équation - produit »

### Exercice 3 (3 points)
- Mathématisation d'un problème concret
- Résolution d'une équation du 1$^{er}$ degré

### Exercice 4 (3 points)
- Solution et résolution d'une inéquation du 1$^{er}$ degré

## Partie géométrie (12 points)

### Exercice 1 (5,5 points)
- Théorème de Thalès « croisé »
- Trigonométrie dans un triangle rectangle (calcul d'un angle avec le cosinus)
- Théorème de Pythagore

### Exercice 2 (3 points)
- Réciproque du théorème de Pythagore (triangle qui n'est pas rectangle)
- Réciproque du théorème de Thalès

### Exercice 3 (3,5 points)
- Construction d'une figure
- Trigonométrie dans un triangle rectangle (calcul d'une mesure avec tangente et d'un angle avec le sinus)

## Problème (12 points)
- Repérage
- Coordonnées du milieu d'un segment
- Symétrie centrale
- Calcul d'une distance en analytique
- Réciproque du théorème de Pythagore
- Quadrilatère particulier
- Appartenance d'un point à un cercle
- Triangle rectangle et cercle circonscrit

# ACTIVITES NUMERIQUES – 12 POINTS

**Exercice 1**

1) Calculer $A = 2 - \frac{5}{2} : \frac{15}{4}$.

   On donnera le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée.
   Toutes les étapes du calcul seront détaillées sur la copie.

2) On considère $B = \frac{25 \times 10^{-3} \times 9 \times 10^{5}}{15 \times 10^{-4}}$.

a) Calculer $B$ ; le résultat sera donné en écriture décimale.
b) Ecrire $B$ en écriture scientifique.

**Exercice 2**

On donne l'expression $C = (2x-3)^2 - (4x+7)(2x-3)$.

1) Développer et réduire $C$.
2) Factoriser $C$.
3) Calculer $C$ pour $x = 2$.
4) Résoudre l'équation $(2x-3)(-2x-10) = 0$.

**Exercice 3**

Aujourd'hui, Marc a 11 ans et Pierre a 26 ans.
Dans combien d'années, l'âge de Pierre sera-t-il le double de celui de Marc ?
La démarche suivie sera détaillée sur la copie.

**Exercice 4**

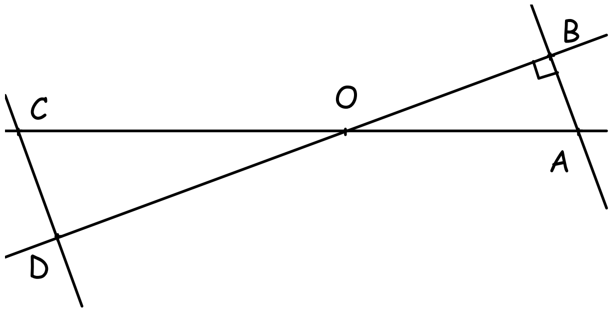
1) Recopier sur votre copie les nombres ci-dessous et entourer ceux qui sont solutions de l'inéquation $1 - 5x \leq 21$.
   $0$ ; $-7$ ; $4$ ; $-4$
2) Résoudre l'inéquation $-3x - 8 \geq x - 4$.
   Représenter graphiquement, sur une droite graduée, les solutions de cette inéquation (hachurer la partie qui ne convient pas).

## ACTIVITES GEOMETRIQUES – 12 POINTS

**Exercice 1**

*Dans tout cet exercice, l'unité de longueur est le centimètre.*
*On considère la figure ci-dessous.*
*Ses dimensions ne sont pas respectées et on ne demande pas de la représenter.*

Les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
Les droites (BD) et (AB) sont perpendiculaires.
Les points D, O, B sont alignés, ainsi que les points C, O, A.
On donne les mesures suivantes :
OA = 8 ; OB = 6 ; OC = 10.




1) Calculer la longueur OD.
   La démarche suivie sera expliquée sur la copie.

2) Calculer une valeur approchée au degré près de la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$.

3) Quelle est la nature du triangle ODC ? Justifier.

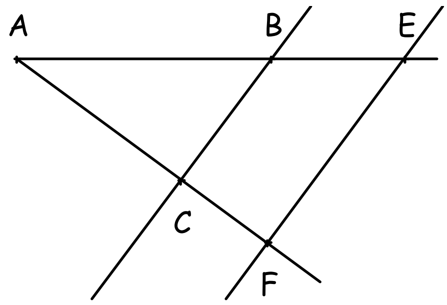
4) En utilisant le théorème de Pythagore, donner une valeur approchée, en cm, arrondie au dixième de la longueur CD. (On pourra admettre que OD = 7,5.)

**Exercice 2**

*La figure n'est pas faite en vraie grandeur.*
*Elle n'est pas à reproduire.*

ABC est un triangle tel que :
AB = 8 cm ; AC = 6,4 cm et BC = 4,9 cm.

Le point E appartient à la demi-droite [AB) et AE = 12 cm.
Le point F appartient à la demi-droite [AC) et AF = 9,6 cm.



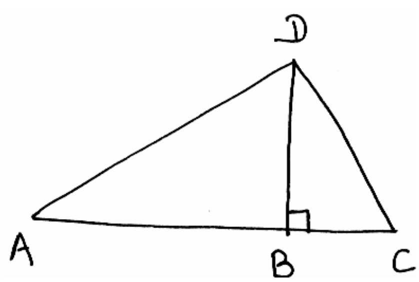

1) Le triangle ABC est-il rectangle ? Justifier la réponse.

2) Les droites (BC) et (EF) sont-elles parallèles ? Justifier la réponse.

**Exercice 3**

Sur la figure ci-contre, faite à main levée,
on donne : AD = 4 cm ; BC = 5 cm et $\widehat{BCD} = 30°$.

(BD) est la hauteur issue de D dans le triangle ADC.




1) Faire la figure en vraie grandeur sur l'emplacement de **la feuille annexe (à rendre avec la copie)** prévu à cet effet.

2) Calculer BD, vous donnerez une valeur arrondie au dixième.

3) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{DAB}$, vous donnerez une valeur arrondie au degré.

# PROBLEME – 12 POINTS

*On se placera dans le repère orthonormal (O ; I, J) de* ***l'annexe (à rendre avec la copie)****.*
*L'unité est le centimètre et on complétera la figure au fur et à mesure des questions.*

1) Dans le repère orthonormal (O ; I, J) de **l'annexe (à rendre avec la copie)**, placer les points :
$A(1\ ;\ 5)$, $B(-1\ ;\ 3)$ et $K(7\ ;\ -1)$.

2) Placer le milieu G du segment [BK].
Calculer les coordonnées du point G (vérifier sur le graphique).

3) Construire le point R, symétrique du point A par rapport au point G.
Calculer les coordonnées du point R (vérifier sur le graphique).

4) Calculer BK, donner la valeur exacte.

5) On admet que le calcul donne $RK = \sqrt{8}$ cm et $RB = \sqrt{72}$ cm.
Que peut-on en déduire pour le triangle BRK ?

6) En déduire la nature du quadrilatère ABRK.

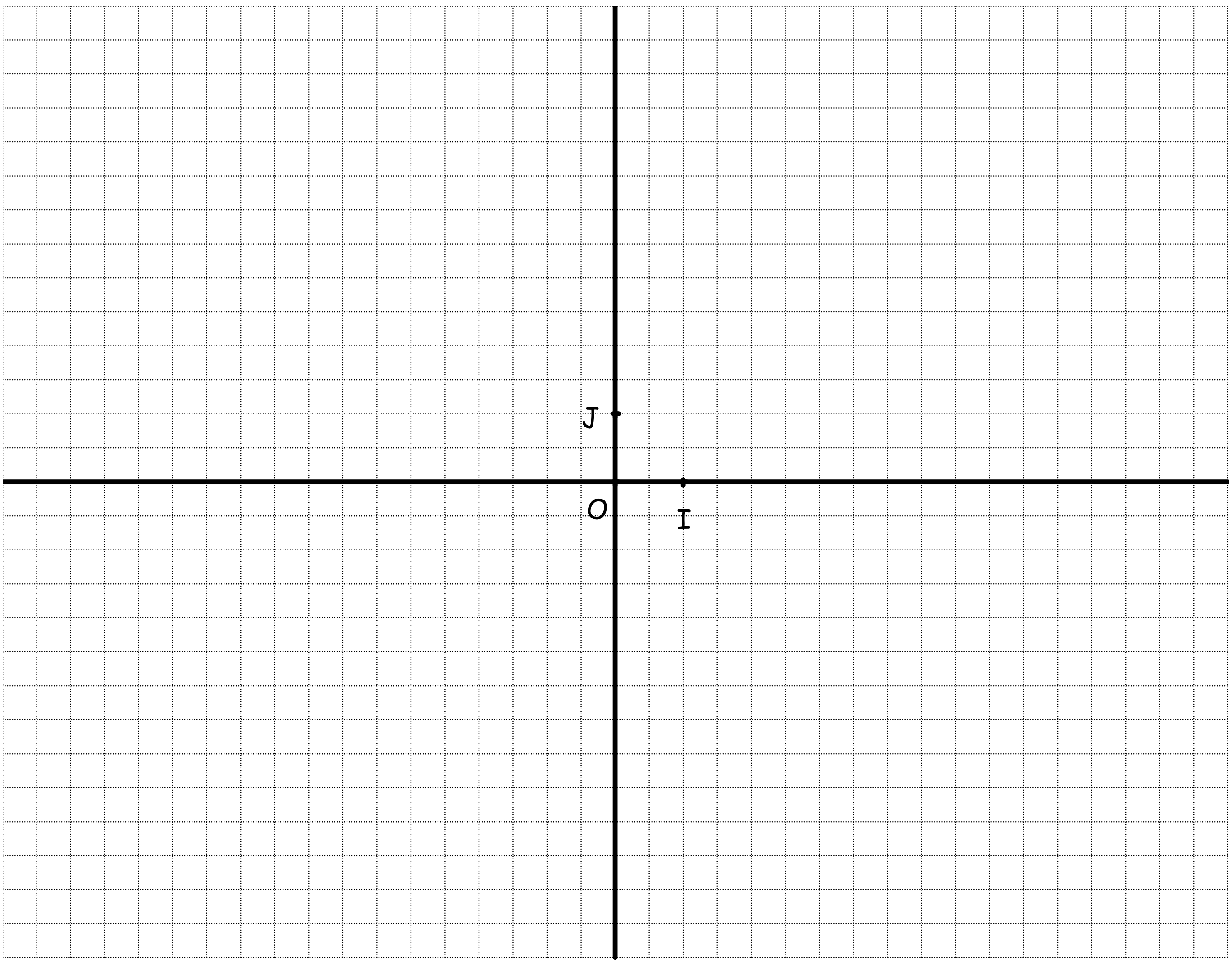
7) Tracer le cercle ($\mathscr{C}$) de diamètre [BK], on admet que son rayon GB est égal à $\sqrt{20}$ cm.
Placer le point $E(1\ ;\ -3)$ et montrer que ce point E appartient au cercle ($\mathscr{C}$).

8) En déduire, sans aucun calcul, que le triangle BEK est rectangle en E.

**FEUILLE ANNEXE**, ***à rendre avec la copie.***

Figure de l'exercice 3 de la partie géométrie

Repère pour la partie problème



**Correction de la partie numérique**

**Exercice 1**

1) $A = 2 - \frac{5}{2} : \frac{15}{4}$

$A = 2 - \frac{5:5}{2:2} \times \frac{4:2}{15:5}$

$A = \frac{2\times 3}{1\times 3} - \frac{1}{1} \times \frac{2}{3}$

$A = \frac{6}{3} - \frac{2}{3}$

$A = \frac{4}{3}$

2a) $B = \frac{25\times 10^{-3} \times 9 \times 10^{5}}{15\times 10^{-4}}$

$B = \frac{25\times 9}{15} \times \frac{10^{-3}\times 10^{5}}{10^{-4}}$

$B = 15\times 10^{6}$

écriture décimale : $B = 15\,000\,000$

2b) écriture scientifique : $B = 1{,}5\times 10^{7}$

**Exercice 2**

1) $C = (2x-3)^2 - (4x+7)(2x-3)$

$C = (4x^2 - 12x + 9) - (8x^2 - 12x + 14x - 21)$

$C = 4x^2 - 12x + 9 - 8x^2 + 12x - 14x + 21$

$C = -4x^2 - 14x + 30$

2) $C = (2x-3)^2 - (4x+7)(2x-3)$

$C = (2x-3)[(2x-3)-(4x+7)]$

$C = (2x-3)[2x-3-4x-7]$

$C = (2x-3)(-2x-10)$

<u>Vérification rapide</u> :

$2x\times(-2x) = -4x^2$

$-3\times(-10) = 30$

3) $C = (2\times 2 - 3)(-2\times 2 - 10)$

$C = (4-3)(-4-10)$

$C = 1\times(-14)$

$C = -14$

Pour $x = 2$, $C = -14$.

4) Un produit de facteurs est égal à zéro lorsqu'un de ses facteur est nul.

$2x - 3 = 0$ ou $-2x - 10 = 0$

$2x = 3$ $\quad$ $-2x = 10$

$x = 1{,}5$ $\quad$ $x = -5$

L'équation $(2x-3)(-2x-10) = 0$ admet 2 solutions : $x = 1{,}5$ et $x = -5$

**Exercice 3**

On pose $x$, le nombre d'années pour que l'âge de Pierre soit le double de celui de Marc.

Cette année là : Pierre aura $x + 11$ ans
Marc aura $x + 26$

Pierre aura le double de l'âge de Marc lorsque : $x + 26 = 2(x+11)$

$x + 26 = 2x + 22$

$x - 2x = 22 - 26$

$-x = -4$

$x = 4$

Pierre aura le double de l'âge de Marc dans 4 ans.

**Exercice 4**

1) Les nombres qui sont solutions de l'inéquation $1 - 5x \le 21$ sont : 0 ; 4 ; $-4$

2) $-3x - 8 \ge x - 4$

$-4x - 8 \ge -4$

$-4x \ge 4$

$x \le -1$

## Correction de la partie géométrie

### Exercice 1

1) Dans le triangle OAB, comme :
   - C est sur (OA)
   - D est sur (OB)
   - (CD) // (AB)

   alors on peut appliquer la propriété de Thalès et affirmer que : $\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} = \frac{AB}{CD}$ , soit $\frac{8}{10} = \frac{6}{OD} = \frac{AB}{CD}$

   En considérant $\frac{8}{10} = \frac{6}{OD}$, on obtient : $OD = \frac{6 \times 10}{8}$, soit OD = 7,5 cm.

2) Dans le triangle OAB, rectangle en B, on a : $\cos \hat{O} = \frac{OB}{OA}$

   $\cos \hat{O} = \frac{6}{8}$ donc $\hat{O} \approx 41°$

3) **<u>Propriété</u> : Lorsque 2 droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est aussi perpendiculaire à l'autre.**

   *<u>Application</u> :* $\left.\begin{matrix}(AB) \mathbin{//} (CD) \\ (BD) \perp (AB)\end{matrix}\right\}$ *donc* $(BD) \perp (CD)$

   *Comme (BD) ⊥ (CD) et que le point O est sur (CD), alors le triangle OCD est rectangle en D.*

4) Comme le triangle OCD est rectangle en D, on peut utiliser le théorème de Pythagore, on a : 
$$OC^2 = CD^2 + OD^2$$
$$100 = CD^2 + 56{,}25$$
$$CD^2 = 43{,}75$$
$$CD \approx 6{,}6 \text{ cm.}$$

### Exercice 2

1) On utilise la réciproque de Pythagore dans le triangle ABC, [AB] est le plus long côté.

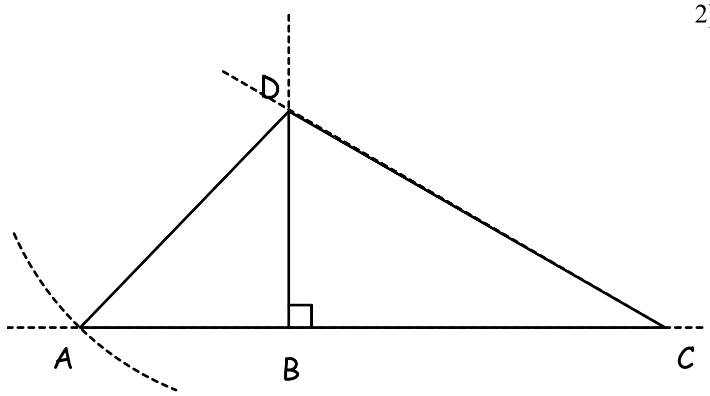
$$\left.\begin{matrix}AB^2 = 8^2 = 64 \\ AC^2 + BC^2 = 6{,}4^2 + 4{,}9^2 = 40{,}96 + 24{,}01 = 64{,}97\end{matrix}\right\} \text{comme } AB^2 \neq AC^2 + BC^2 \text{, alors le triangle ABC n'est pas rectangle.}$$

2) Comme les points A, B, E et A, C, F sont alignés dans le même ordre, on peut utiliser la réciproque de Thalès, on a :

$$\left.\begin{matrix}\frac{AB}{AE} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \\ \frac{AC}{AF} = \frac{6{,}4}{9{,}6} = \frac{64}{96} = \frac{2}{3}\end{matrix}\right\} \text{comme } \frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AF} \text{, alors les droites (BC) et (EF) sont parallèles.}$$

### Exercice 3

1)




2) Dans le triangle BCD, rectangle en B, on a :

$$\tan \hat{C} = \frac{BD}{BC}$$
$$\tan 30° = \frac{BD}{5}$$
$$BD = 5 \times \tan 30°$$
$$BD \approx 2{,}9 \text{ cm.}$$

3) Dans le triangle ABD, rectangle en B, on a :

$$\sin \hat{A} = \frac{BD}{AD}$$
$$\sin \hat{A} \approx \frac{2{,}9}{4}$$
$$\hat{A} \approx 46°$$

**Correction de la partie problème**

2) $x_G = \dfrac{x_B + x_K}{2}$ $\qquad$ $y_G = \dfrac{y_B + y_K}{2}$

$x_G = \dfrac{-1+7}{2}$ $\qquad$ $y_G = \dfrac{3-1}{2}$

$x_G = 3$ $\qquad$ $y_G = 1$

Le milieu G de [BK] a pour coordonnées $(3\ ;\ 1)$

3) Comme R est le symétrique de A par rapport à G, alors G est le milieu de [AR].

$x_G = \dfrac{x_A + x_R}{2}$ $\qquad$ $y_G = \dfrac{y_A + y_R}{2}$

$3 = \dfrac{1 + x_R}{2}$ $\qquad$ $1 = \dfrac{5 + y_R}{2}$

$6 = 1 + x_R$ $\qquad$ $2 = 5 + y_R$

$5 = x_R$ $\qquad$ $-3 = y_R$

R a pour coordonnées $(5\ ;\ -3)$

4) $BK^2 = (x_K - x_B)^2 + (y_K - y_B)^2$

$BK^2 = (7+1)^2 + (-1-3)^2$

$BK^2 = 64 + 16$

$BK^2 = 80$ donc $BK = \sqrt{80}$ cm.

5) On utilise la réciproque de Pythagore dans le triangle BRK, [BK] est le plus long côté.

$$\left.\begin{array}{l} BK^2 = 80 \\ BR^2 + RK^2 = \sqrt{72}^2 + \sqrt{8}^2 = 72 + 8 = 80 \end{array}\right\}$$ comme $BK^2 = BR^2 + RK^2$, alors le triangle BRK est rectangle en R.

6) **<u>Propriété</u> : si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu alors ce quadrilatère est un parallélogramme.**
*<u>Application au quadrilatère ABRK</u> : G est le milieu de [BK] et de [RA], donc ABRK est un parallélogramme.*

**<u>Propriété</u> : si un parallélogramme a un angle droit, alors ce parallélogramme est un rectangle.**
*<u>Application au parallélogramme ABRK</u> : BRK est rectangle en R, donc ABRK est un rectangle.*

7) $GE^2 = (x_E - x_G)^2 + (y_G - y_E)^2$

$GE^2 = (1-3)^2 + (-3-1)^2$

$GE^2 = 4 + 16$

$GE^2 = 20$ donc $GE = \sqrt{20}$ cm.

Comme $GE = \sqrt{20}$ cm, alors le point E appartient au cercle de centre G et de rayon $\sqrt{20}$ cm.

8) **<u>Propriété</u> : Si un triangle est inscrit dans un cercle et si un côté du triangle est le diamètre de ce cercle, Alors le triangle est un triangle rectangle.**
*<u>Application au triangle BEK</u> : E est sur le cercle de diamètre [BK] donc le triangle BEK est rectangle en E.*