DM 4

Ex 1 :

Soit (u_n) la suite définie par $u_0=0$ et $u_{n+1}=\frac{1}{2-u_n}$.

1. Calculez u_1 , u_2 et u_3 sous forme de fractions irréductibles.
2. Soit (w_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $w_n=\frac{n}{n+1}$,

   a. Calculer w_1 , w_2 et w_3 , Que semble-t-il ?

   b. Démontrez par récurrence que, pour tout $n\in\mathbb{N}$, $u_n=w_n$,
3. Démontrez alors que (u_n) est bornée, croissante et convergente.

Ex 2 :

On considère l'équation (E) : $\frac{x+1}{x}=\sqrt{x^2+4}$.

1. Démontrez que les solutions de (E) sont conditionnées par $x\in]-\infty;-1]\cup]0;+\infty[$ et $x^4+3x^2-2x-1=0$.
2. On considère $f(x)=x^4+3x^2-2x-1$.

   a. Démontrez que f'(x)=0 admet une unique solution α dans [0;1]. Donnez un encadrement de cette solution à 10^{-2} près.

   b. Démontrez que f(x)=0 admet exactement deux solutions dans $\mathbb{R}$ dont une dans [-1;0] et l'autre dans [0;1].Donnez un encadrement de ces solutions à 10^{-2} près.
3. Déterminez le nombre de solutions de (E) et donnez un encadrement de ces éventuelles solutions à 10^{-2} près.

DM 4

Ex 1 :

Soit (u_n) la suite définie par $u_0=0$ et $u_{n+1}=\frac{1}{2-u_n}$.

1. Calculez u_1 , u_2 et u_3 sous forme de fractions irréductibles.
2. Soit (w_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $w_n=\frac{n}{n+1}$,

   a. Calculer w_1 , w_2 et w_3 , Que semble-t-il ?

   b. Démontrez par récurrence que, pour tout $n\in\mathbb{N}$, $u_n=w_n$,
3. Démontrez alors que (u_n) est bornée, croissante et convergente.

Ex 2 :

On considère l'équation (E) : $\frac{x+1}{x}=\sqrt{x^2+4}$,

1. Démontrez que les solutions de (E) sont conditionnées par $x\in]-\infty;-1]\cup]0;+\infty[$ et $x^4+3x^2-2x-1=0$.
2. On considère $f(x)=x^4+3x^2-2x-1$.

   a. Démontrez que f'(x)=0 admet une unique solution α dans [0;1]. Donnez un encadrement de cette solution à 10^{-2} près.

   b. Démontrez que f(x)=0 admet exactement deux solutions dans $\mathbb{R}$ dont une dans [-1;0] et l'autre dans [0;1].Donnez un encadrement de ces solutions à 10^{-2} près.
3. Déterminez le nombre de solutions de (E) et donnez un encadrement de ces éventuelles solutions à 10^{-2} près.