DM no 10

Ex 1 : Suite et complexes.

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose M_n le point d'affixe $u_n = (\frac{3}{5})^n (-1+i)$.

1) a) Sur un tableur, calculer les 20 premiers termes de cette suite (On pourra mettre la partie réelle en colonne A et la partie imaginaire en colonne B).

   b) Placer dans un repère orthonormé les points $M_0, M_1, M_2 et M_3$.

2) a) Calculer OM_n .

   b) En déduire la limite de OM_n lorsque n tend vers +oo.

   c) Déterminer les arguments de u_n . Que peut-on en déduire pour les points M_n ?

   Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on désigne par P_n le point d'affixe $v_n = u_n - i$.

   a) Par quelle transformation P_n est-il image de M_n ?

   b) Que peut-on alors en conclure pour les points P_n ?

Ex 2 : Un peu d'exponentielle.

Soient les fonctions f et g définies sur l'ensemble des nombres réels par : $f(x) = x - e^x$ et $g(x) = (1 - x)e^x$ .On appelle (C) et (C') leurs courbes représentatives respectives.

1. a. Déterminer les limites des fonctions f et g en $+\infty$ et en $-\infty$.
   b. Montrer que la droite (Δ) d'équation y = x est asymptote à la courbe (C).

   c. Etudier le sens de variation de chacune des fonctions f et g , sur l'ensemble des nombres réels.
   d. Dresser les tableaux de variation des fonctions f et g.

2. Pour tout réel x , on pose $h(x) = f(x) - g(x)$.
   a. Montrer que , pour tout réel x , $h'(x) = 1 - g(x)$.
   b. Sans donner les limites aux bornes de son ensemble définition,en déduire le sens de variation de la fonction h. sur l'ensemble des nombres réels.
   c. Démontrer que les courbes (C) et (C') admettent un unique point d'intersection, dont l'abscisse, notée α , appartient à l'intervalle [1;2] .
   Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-1}.
   d. Etudier, suivant les valeurs de x , la position relative de (C) et de (C')

3. Tracer la droite (Δ) et les courbes (C) et (C').