Dm No 11

Ex 1 :

Partie A.

On se place dans un repère complexe $(O;\vec{u},\vec{v})$. Soit P(10). Et *(C)* le cercle de diamètre [OP]. On désigne par Ω le centre de *(C)*. Soit A(5+5i), B(1+3i) et C(8-4i).

1. Démontrer que A,B et C sont sur *(C)*.
2. Soit D(2+2i). Démontrer que D est le projeté orthogonal de O sur (BC).

Partie B.

A tout point M(z) différent de O on associe M'(z') tel que $z'=\frac{20}{\overline{z}}$.

1. Démontrer que O,M et M' sont alignés.
2. Soit (d):x=2 et $M\in(d)$.
   a. Vérifier que $z+\overline{z}=4$.
   b. Exprimer $z'+\overline{z}'$ en fonction de z et $\overline{z}$ et en déduire que $5(z'+\overline{z}')=z'\overline{z}'$.
   c. En déduire que M' appartient à l'intersection de (OM) et *(C)*.

Ex 2 :

Un employé se rend à son travail en bus. S'il est à l'heure, il prend le bus de ramassage gratuit de son entreprise sinon il prend le bus de ville qui lui coûte 1,50 €. Si l'employé est à l'heure une journée, la probabilité qu'il soit en retard le lendemain est $\frac{1}{5}$ sinon elle est de $\frac{1}{20}$. Pour tout entier naturel n non nul on note R_n =«l'employé est en retard le jour n». On note p_n la probabilité de R_n et q_n celle de $\overline{R_n}$. On suppose $p_1=0$.

1. Déterminer $p_{R_n}(R_{n+1})$ et $p_{\overline{R_n}}(R_{n+1})$.
2. Déterminer $p(R_{n+1}\cap R_n)$ en fonction de p_n et $p(R_{n+1}\cap\overline{R_n})$ en fonction de q_n .
3. Exprimer p_{n+1} en fonction de p_n et q_n .
4. En déduire que $p_{n+1}=\frac{1}{5}-\frac{3}{20}p_n$.
5. On pose $v_n=p_n-\frac{4}{23.}$ pour tout entier naturel n non nul.
   a. Démontrer que (v_n) est géométrique.
   b. Exprimer v_n puis p_n en fonction de n.
   c. En déduire que (p_n) est convergente et préciser sa limite.

Ex 3 :

Soit $f(x)=xe^{-x}$ sur [0;+oo[.

1. Déterminer la limite de f en +oo.
2. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f en 0.
3. Etudier les variations de f et dresser son tableau de variations.
4. Démontrer que, pour tout réel m de]0; $\frac{1}{e}$ [, f(x)=m admet exactement deux solutions. Dans le cas où $m=\frac{1}{4}$, en donner une approximation à 10^-2 près.
5. Construire la courbe de f dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ bien choisi.