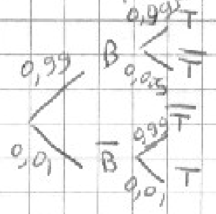
Correction DS n°3

Ex1 :

1. $p(B)=\frac{99}{100}$ $p_B(T)=0,995=\frac{199}{100}$ $p_{\overline{B}}(T)=0,01=\frac{1}{100}$ (1,0)

2. 

(1)

3. $p(\overline{B}\cap T)=p_{\overline{B}}(T)\times p(\overline{B})=\frac{1}{100}\times\frac{1}{100}=\frac{1}{10000}$ (1,5)

4. • $p_{\overline{T}}(B)=p_B(\overline{T})\times\frac{p(B)}{p(\overline{T})}$ (1)

• $p(\overline{T})=p_B(\overline{T})\,p(B)+p_{\overline{B}}(\overline{T})\,p(\overline{B})=0,005\times0,99+0,99\times0,01=\frac{297}{10000}$ (1,5)

D'où $p_{\overline{T}}(B)=0,005\times\frac{0,99}{\frac{297}{10000}}=\frac{1}{3}$ (0,5)

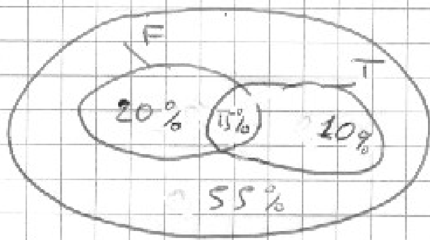
Ex2 :

1. a) $p(F\cup T)=p(F)+p(T)-p(F\cap T)=0,35+0,25-0,15=0,45$ (1) $=\frac{9}{20}$

b) $p(\overline{F\cup T})=1-p(F\cup T)=0,55$ (1) $=\frac{11}{20}$

c) $p(F\cap\overline{T})=0,35-0,15=0,2$ (0,5) $=\frac{1}{5}$

d) $p((\overline{F}\cap T)\cup(F\cap\overline{T}))=0,2+0,1=0,3$ (0,5) $=\frac{3}{10}$



2) $p_F(T)=\frac{p(F\cap T)}{p(F)}=\frac{0,15}{0,35}=\frac{3}{7}$ (1)

Ex3 :

1) f est dérivable donc continue sur $\mathbb{R}$ (0,5)

2) • $f'(x)=12x^3-24x^2-12x+24=12(x^3-2x^2-x+2)$

• $(x-2)(x^2-1)=x^3-x-2x^2+2$

$\Big\}$ $f'(x)=12(x-2)(x^2-1)$ (1,5)

3) (1,5)

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
x^2-1		+	0	−	0	+	|	+	
$x-2$		−	|	−	|	−	0	+	
$f'(x)$		−	0	+	0	−	0	+	
f	$+\infty$	↘	-19	↗	13	↘	8	↗	$+\infty$

• $\lim\limits_{-\infty} f=\lim\limits_{x\to-\infty}3x^4=+\infty$

• $\lim\limits_{+\infty} f=\lim\limits_{x\to+\infty}3x^4=+\infty$ (1)

$f(-1)=-19$

$f(1)=13$

$f(2)=8$

4- * sur $[-2;-1]$ f est continue et strict décroissante
$f(-2)=40$
$f(-1)=-19$
$0 \in [-19;40]$
D'après le Th. des valeurs intermédiaires, il existe un unique $\alpha \in [-2;-1]$ tq $f(\alpha)=0$ (1,0)

$f(-1,62)>0$ et $f(-1,61)<0$ donc $\alpha \in]-1,62;-1,61[$ (0,5)

* sur $[-1;1]$, f est continue et strict croissante
$f(-1)=-19$
$f(1)=13$
$0 \in [-19;13]$
D'après le Th. des valeurs intermédiaires, il existe un unique $\beta \in [-1;1]$ tq $f(\beta)=0$ (1,0)

Comme $f(0)=0$, $\beta=0$. (0,5)

* sur $[1;+\infty[$, $f(x)>0$
* sur $]-\infty;-2]$, $f(x)>0$

donc f ne s'annule pas sur cet intervalle. (0,5)

Ex 4 :

1) $\boxed{\text{Vrai}}$ (se démontre par récurrence) (0,5)

2) $\boxed{\text{Faux}}$: $\sqrt{x}$ est continue en 0 mais pas dérivable en 0. (0,5)

3) $p(A\cup B) = p(A)+p(B)-p(A\cap B) = p(A)+p(B)-p(A)\times p(B) = p(A)(1-p(B))+p(B) = p(A)p(\bar{B})+p(($

$\Rightarrow \boxed{\text{Vrai}}$ (0,5)

4) $i^{986} = i^{2\times 493} = (-1)^{493} = -1$ $\Rightarrow \boxed{\text{Faux}}$ (0,5)