I

1) F et H formant une partition, $p(V) = p_F(V)p(F) + p_H(V)p(H) = 0{,}8 \times 0{,}5 + 0{,}6 \times 0{,}5 = 0{,}7$

2) De même, $p(T) = p_F(T)p(F) + p_H(T)p(H) = 0{,}4 \times 0{,}5 + 0{,}3 \times 0{,}5 = 0{,}35$

3) $p_T(H) = p_H(T) \times \frac{p(H)}{p(T)} = 0{,}4 \times \frac{0{,}5}{0{,}35} \approx 0{,}57$

$p_T(F) = p_T(\overline{H}) = 1 - p_T(H) \approx 0{,}43$

4) Posons $p_T = p'$.

F, H formant une partition, $p'(V) = p'_F(V)p(F) + p'_H(V)p(H) = \frac{0{,}8}{2} \times 0{,}5 + \frac{0{,}6}{2} \times 0{,}5 = 0{,}35$

5) On répète 10 fois une expérience dont la probabilité est 0,35.

La probabilité que les 10 fumeurs atteignent 80 ans est donc $0{,}35^{10} \approx 0{,}000028$.

II

1 a) • $f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}e^{2x} - \frac{1}{2}xe^{x} \times e^{x}$

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{1}{2}x = -\infty \\ \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{1}{2}e^{2x} = 0^+ \\ \lim\limits_{x \to -\infty} -\frac{1}{2}xe^{x} = 0^+ \\ \lim\limits_{x \to -\infty} e^{x} = 0^+ \end{array}\right\} \lim_{-\infty} f = -\infty$$

• $f(x) = 1 - (2x-1)e^{2x}$.

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to +\infty} e^{2x} = +\infty \\ \lim\limits_{x \to +\infty} (2x-1) = +\infty \end{array}\right\} \lim_{x \to +\infty} 1 - (2x-1)e^{2x} = -\infty$$

b) • $f(x) - \frac{x}{2} = \frac{1}{2}e^{2x} - \frac{1}{2}xe^{x} \times e^{x}$. D'après 1. a) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) - \frac{x}{2} = 0$ donc

(d) est asymptote à (C) en $-\infty$.

• $f(x) - \frac{x}{2} = \underbrace{\frac{1}{2}e^{2x}}_{+}(1 - x)$.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x) - \frac{x}{2}$		+	0	−	

donc (C) est au dessus de (T) sur $]-\infty;1[$ et

en dessous de $]1;+\infty[$.

2 a) $f'(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times 2e^{2x} - \frac{1}{2}e^{2x} - \frac{1}{2}x \times 2e^{2x} = \frac{1}{2}(1 + e^{2x} - 2xe^{2x}) = \frac{1}{2}(1 + (-2x+1)e^{2x})$

b) $y = f'(0)(x-0) + f(0)$ soit $y = x + \frac{1}{2}$

3 a) $u'(x) = -2e^{2x} + 2(-2x+1)e^{2x} = e^{2x}(-4x + 2 - 2) = -4xe^{2x}$.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$u'(x)$		+	0	−	
$u(x)$	1	↗	2	↘	$-\infty$

Comme au 1., $\lim\limits_{-\infty} u = 1$ et $\lim\limits_{+\infty} u = -\infty$

b. • sur $]-\infty;0]$, $f(x) \geq 1$ donc $u(x)=0$ n'a aucune solution.

• sur $[0;+\infty[$, f est continue et strict^t croissante

$$\left.\begin{array}{l} u(0)=2 \\ \lim\limits_{+\infty} u = -\infty \\ 0 \in]-\infty;2] \end{array}\right\}$$ f admet une unique solution α sur $[0;+\infty[$ d'après le TH des valeurs intermédiaires.

Comme $u(0{,}64)<0$ et $u(0{,}63)>0$, $\alpha \approx 0{,}6$

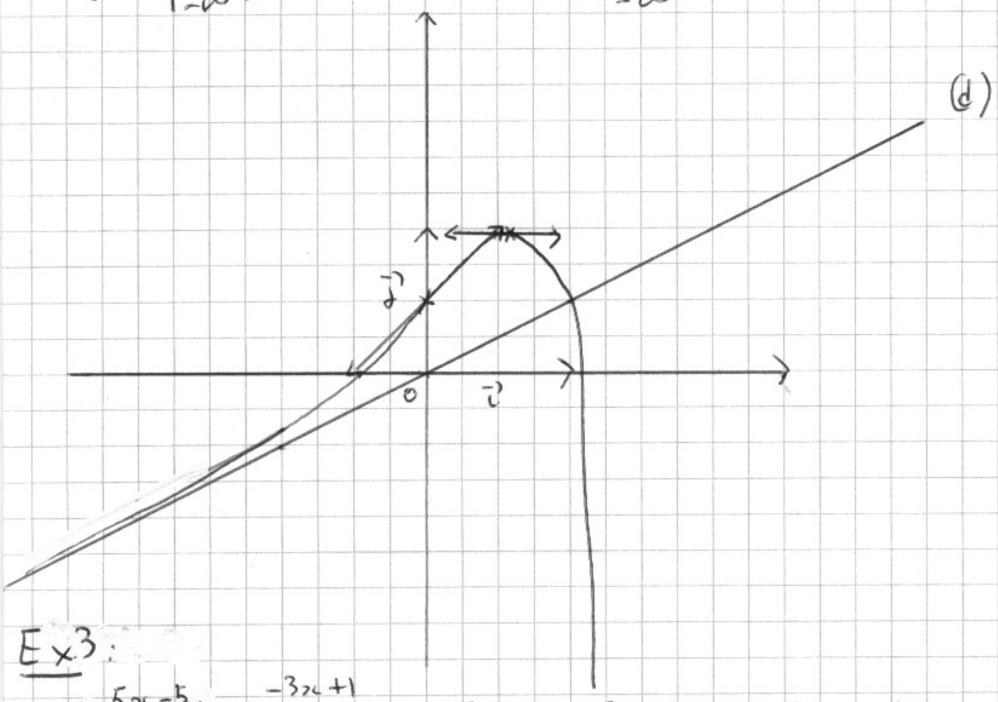
c.

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$u(x)$		+	0	−	

4. a.

x	$-\infty$		α		$+\infty$
f	$-\infty$	↗	$0{,}96$	↘	$-\infty$

$f(\alpha) \approx 0{,}96$



Ex3 :

1. $e^{5x-5} \geq e^{-3x+1} \iff 5x-5 \geq -3x+1 \iff 8x-6 \geq 0 \iff 4x-3 \geq 0 \iff x \geq \frac{3}{4}$

$S = [\frac{3}{4} ; +\infty[$

2. $f(x) = K e^{-\frac{3}{2}x}$

$-3 = K e^{-3}$ donc $K = -3e^{3}$

$f(x) = -3\, e^{-\frac{3}{2}x+3}$