DS TS No 1

Ex 1 :

Connaissant la définition du nombre dérivé d'une fonction f en x, démontrez que la fonction $f(x)=\sqrt{x}$ est dérivable sur R^{+*} et que $f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$.

Ex 2 : Donnez le domaine de définition, de dérivation puis dérivez et simplifiez dans chaque cas.

1. $f(x)=x\sqrt{x^2-4x+3}$.
2. $f(x)=\left(\dfrac{x+2}{x-2}\right)^3$.

Ex 3 : Problème

Soit $f(x)=\dfrac{x+1}{x^3-1}$ définie et dérivable sur R-{1}. On étudiera cette fonction sur I=[-4 1[.

On se place dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ orthonormé où $\mathcal{C}$ désigne la courbe représentative de f.

1. Résoudre f(x)=0 sur I.
2. Démontrez que $f'(x)=\dfrac{P(x)}{(x^3-1)^2}$ où $P(x)=-2x^3-3x^2-1$.
3. a. Déterminez P'(x) puis étudiez les variations de P(x) sur I.
   b. En déduire que l'équation P(x)=0 admet exactement une solution α sur I.
   c. Démontrez que $-1{,}7< \alpha <-1{,}6$.

4. a. Déterminez le tableau de signes de P sur I (en utilisant α).
   b. En déduire le tableau de signes de f' sur I (en utilisant α).
   c. En déduire les variations de f sur I (en utilisant α).

5. a. Déterminez l'équation de la tangente (T) à $\mathcal{C}$ en A(0 ;-1).
   b. Démontrez que $f(x)-(-x-1)=\dfrac{x^3(x-1)}{x^3-1}$ pour tout x∈I.
   b. En déduire la position relative de (T) et $\mathcal{C}$.

6. Dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$, tracez (T) puis $\mathcal{C}$ sur I.

Ex 4 : QCM (bonne réponse +0,5, mauvaise réponse -0.25, pas de réponse 0).

1. $\left(\frac{1}{u^n}\right)' = \dots$ **a.** $\frac{-nu'}{u^{n-1}}$ **b.** $\frac{nu'}{u^{n+1}}$ **c.** $\frac{-nu'}{u^{n+1}}$
2. $f(x) = x^2 - 1$. $g(x) = \frac{1}{x+1}$. gof est définie sur… **a**.R-{1} **b**.R-{-1} **c**.R*
3. Si f est continue sur [-2 ;3] alors f(x)=0 a au moins une solution… **a.**Vrai **b.**Faux
4. $\sqrt{(x+1)(x-1)} = \sqrt{x+1} \times \sqrt{x-1}$ … **a.** Vrai **b.** Faux