

DM TS no 5

Ex 1 : Résoudre dans C.

a) $z + \frac{1}{z} = 1$ b) $2z^2 - 2(1 + \cos\theta)z + 1 + \cos\theta = 0$ (Attention au signe de Δ) c) $z^4 + 4z^2 + 3 = 0$

Ex 2 : Suites et fonctions

Soit $f(x) = \frac{1}{(x+1)x}$.

- Déterminez le domaine de définition D de f et son domaine de dérivation. Où f est-elle continue ? Justifiez.
- Déterminez les variations de f sur D et les limites (et éventuelles asymptotes) aux bornes de D.
- Déterminez le signe de f sur D.
- Résoudre algébriquement l'inéquation $f(x) \leq \frac{1}{2}$ pour $x \in D$.
- Démontrer qu'il existe 2 réels a et b tel que pour tout x de D, $f(x) = \frac{a}{x} + \frac{b}{x+1}$.
- (Un) est la suite définie par : pour tout entier $n \geq 1$, $u_n = f(n)$. Etudier la limite de cette suite.
- On pose $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

Démontrer que $S_n = \frac{n}{n+1}$ et préciser la limite de la suite (S_n).

Ex3 : Suites

Soit (Un) la suite définie par $U_n = \cos\left(\frac{n\pi}{2n+1}\right)$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

- Considérons (Vn) la suite définie par $V_n = \frac{n\pi}{2n+1}$ pour $n \in \mathbb{N}$. Déterminez $\lim V_n$.
- a. Déterminez $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \cos(x)$.
b. En déduire $\lim U_n$.

Ex 4 : Barycentres et complexes.

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct (O ; \vec{u} , \vec{v}). Soit A(2+i), B(-1-i) et C(2+3i).

- Déterminez les affixes de G isobarycentre de ABC et G' barycentre de {(A,2) ; (B,1) ; (C,-2)}.

2. Déterminez et représentez le lieu des points M du plan tels que $\frac{\|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}\|}{\|2\vec{MA} + \vec{MB} - 2\vec{MC}\|} = 3$