DS TS n° 1

Ex1 : cf cours

Ex2

1. $f(x)=x\sqrt{x^2-4x+3}$.

* **Df :** on doit avoir $x^2-4x+3 \geqslant 0$

$\Delta = 4$ d'où 2 racines : $\begin{cases} x_1=3 \\ x_2=1 \end{cases}$

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
x^2-4x+3		$+$	0	$-$	0	$+$	

$Df =]-\infty;1] \cup [3;+\infty[$.

La fo $\sqrt{\ }$ n'est pas dérivable là où le radicande s'annule donc f est dérivable sur $]-\infty;1[\cup]3;+\infty[$

* $f'(x)=\sqrt{x^2-4x+3}+x\dfrac{2x-4}{2\sqrt{x^2-4x+3}}$

$=\sqrt{x^2-4x+3}+\dfrac{x(x-2)}{\sqrt{x^2-4x+3}}$

$=\dfrac{x^2-4x+3+x^2-2x}{\sqrt{x^2-4x+3}}$

$=\dfrac{2x^2-6x+3}{\sqrt{x^2-4x+3}}$

2. $f(x)=\left(\dfrac{x+2}{x-2}\right)^3$

* $Df =]-\infty;+2[\cup]2;+\infty[$

f est dérivable sur Df.

* $f'(x)=3\,\dfrac{1\times(x-2)-1\times(x+2)}{(x-2)^2}\left(\dfrac{x+2}{x-2}\right)^2$

$=3\,\dfrac{x-2-x-2}{(x-2)^2}\left(\dfrac{x+2}{x-2}\right)^2$

$=\dfrac{-12(x+2)^2}{(x-2)^4}$

III/ 1. $\dfrac{x+1}{x^3-1}=0$. Il faut $x\neq 1$ ce qui n'est pas un pb sur $I=[-4;1[$

$x+1=0$ si et seulement si $x=-1$.

$S=\{-1\}$

2. $f'(x)=\dfrac{1\times(x^3-1)-3x^2(x+1)}{(x^3-1)^2}$

$=\dfrac{x^3-1-3x^3-3x^2}{(x^3-1)^2}$

$=\dfrac{-2x^3-3x^2-1}{(x^3-1)^2}$

3\. a. $P'(x) = -6x^2 - 6x = -6x(x+1)$

x	-4		-1		0		1
$-6x$		$+$		$+$	0	$-$	
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$P'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
P	79	$\searrow$	-2	$\nearrow$	-1	$\searrow$	

b.

* sur $[-4;1]$, f est continue et strictement décroissante
$P(-4) = 79$
$P(-1) = -2$ $\Big\}$ $0 \in [-2;79]$

D'après le th. des accroissements finis, il existe un unique $\alpha \in [-4;-1]$ tq $P(\alpha) = 0$

* Pour tout $x \in [-1,1[$, $P(x) < 0$ donc sur cet intervalle $P(x) = 0$ n'a aucune solution.

c. P est continue et strictement décroissante sur $[-1,7,-1,6]$
$P(-1,7) \simeq 0,156$
$P(-1,6) \simeq -0,488$ $\Big\}$ $0 \in [-0,488;0,156]$

D'après le th des accroissements finis, il existe un unique réel α' sur $[-1,7;-1,6]$ tq $P(\alpha') = 0$

Puisque P s'annule une seule fois sur $[-4;1[$, $\alpha = \alpha'$ et $-1,7 < \alpha < -1,6$

4\. a - b - c

x	-4		α		1
$P(x)$		$+$	0	$-$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
f	$\frac{3}{65}$	$\nearrow$	$0,12$	$\searrow$	

$f(-4) = \frac{+3}{65}$

$f(\alpha) \simeq 0,12$

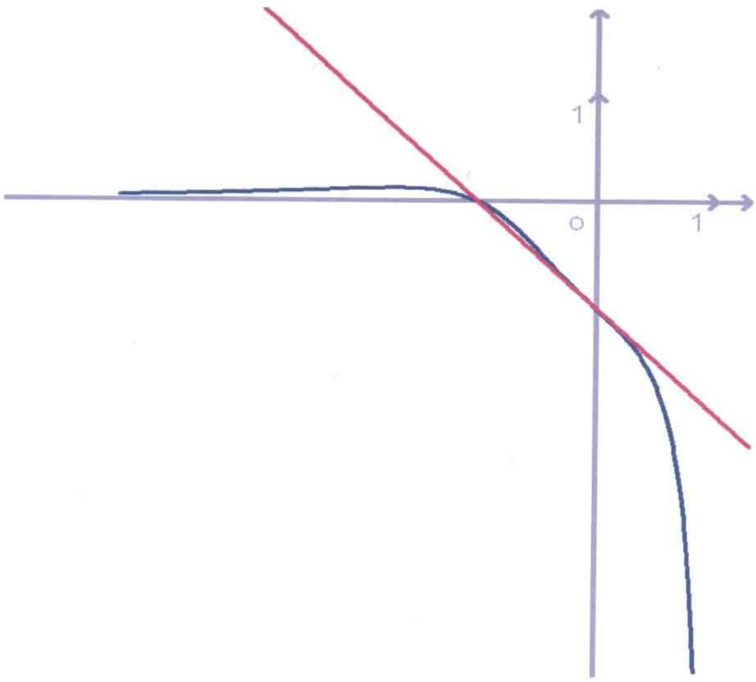
5a (T) : $y = f'(0)(x-0) + f(0)$

$y = -x - 1$

b. $f(x) - (-x-1) = \frac{x+1}{x^3-1} + x + 1 = \frac{x+1+x^4+x^3-x-1}{x^3-1} = \frac{x^3(x+1)}{x^3-1}$

x	-4		-1		0		1
x^3		$-$		$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
x^3-1		$-$		$-$		$-$	
$f(x)-(-x-1)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$(\mathscr{C})$ est en dessous de (T) sur $[-4;-1]$ et au dessus sur $[0;1[$ puis en dessous sur $[0;1[$



IV)

1. → c

2. → c

3. → b

4. → b