DM n°2

1. $f'(x) = 3(x^2+3x-1)^8(19x^2+36x+8)$ sur $\mathbb{R}$. 1,5

. $\Delta = 25 \to \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -2 \end{cases}$ $D_f =]-\infty; -2] \cup [3; +\infty[$ dérivable sur $]-\infty; -2[\cup]3; +\infty[$ 1

$$f'(x) = \frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x-6}}$$ 1,5

. $2x+3 \geq 0 \Rightarrow x \geq -\frac{3}{2}$ $D_f = [-\frac{3}{2}; 2[\cup]2; +\infty[$ dérivable sur $]-\frac{3}{2}; 2[\cup]2; +\infty[$ 1

$3x - 6 = 0 \to x = 2$

$$f'(x) = \frac{-x-5}{3(x-2)^2\sqrt{2x-3}}$$ 2,0

I/ 1 Continue sur $\mathbb{R}$ car c'est une fo rationnelle définie sur $\mathbb{R}$ 0,5

2 $f'(x) = \dfrac{-4(x^2-1)}{(x^2+1)^2}$ 1

x	-4		-1		1		4
-4		$-$		$-$		$-$	
x^2-1		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
f	$\frac{35}{17}$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$\frac{67}{17}$

3 f admet un maximum 5 en 1 0,5

f admet un minimum 1 en -1.

4 Cherchons α et β tq $f(x) = \dfrac{\alpha(x^2+1)+\beta x}{x^2+1} = \dfrac{\alpha x^2 + \beta x + \alpha}{x^2+1} = \dfrac{3x^2+4x+3}{x^2+1}$

par identification, $\alpha = 3$ et $\beta = 4$ 1

5 $y = f'(0)(x-0) + f(0)$ soit $y = 4x+3$ 1

6 $f(x) - (4x+3) = \dfrac{4x}{x^2+1} - 4x = \dfrac{4x - 4x^3 - 4x}{x^2+1} = \dfrac{-4x^3}{x^2+1}$ 1

→ si $x > 0$, $f(x) - (4x+3) < 0$ donc $(\mathscr{C})$ est en dessous de (T) 0,5

→ si $x < 0$, $f(x) - (4x+3) > 0$ donc $(\mathscr{C})$ est au dessus de (T) 0,5

7

III)

① soit $F(x) = \frac{3}{5}x^5 - \frac{2}{12}x^4 + \frac{1}{5}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 7x$; $F'(x) = f(x)$ (1,5)

② Toute fonction du style $G(x) = F(x) + k$ où $k \in \mathbb{R}$ vérifie $G'(x) = f(x)$. (1,5)