# Sujet 1

Ex 1:

Soit I= $\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^x}dx$ .

1. Déterminez le signe de I.
2. Calculez I.

Ex 2 :

Une urne contient 3 boules rouges et n boules blanches indiscernables. On tire 2 boules sans remises. On appelle $p_n$ la probabilité de l'évenement « les deux boules sont blanches ».

1. Calculer $p_2$ et $p_3$ .
2. Déterminez $\lim_{x \to +\infty} p_n$ .

# Sujet 2

Ex 1 :

Soit $f(x)=e^{x^2-2x}-x^2+2x$.

Justifiez que f est dérivable sur R, déterminez f' et les variations de f.

Ex 2 :

On place 3 dés cubiques équilibrés dans une urne. Deux de ces dés ont leurs faces numérotées de 1 à 6 et le troisième possède 3 faces numérotées « 6 » et 3 numérotées « 1 ». On tire simultanément 2 dés de l'urne et on les lance.

A=«les deux dés sont normaux».

B= « les deux dés donnent chacun une face 6 ».

1. Décrire $\overline{A}$ par une phrase.
2. Déterminez p(A) et p( $\overline{A}$ ) .
3. Calculez $p_B(A)$ et $p_{\overline{B}}(A)$ .
4. En déduire P(B).

# Sujet 3

Ex 1 :

Soit $\left(U_n\right)$ et $\left(V_n\right)$ deux suites définies par, pour tout $n \in N^*$, $U_n = 1 - \frac{1}{n}$ et $V_n = 1 + \frac{1}{n^2}$ .

1. Déterminez les sens de variation de (Un) et (Vn).
2. Déterminez la limite de $U_n - V_n$ .
3. En déduire les convergences de $\left(U_n\right)$ et $\left(V_n\right)$ .

Ex 2 :

Dans un repère complexe orthonormé $(O ; \vec{u}, \vec{v})$ soit A(2), B(3+i) et C(2i).

Déterminez la mesure principale de $(\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AC})$ et $\frac{AC}{AB}$ .

# Sujet 4

## Ex 1:

Dans un repère complexe orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$ soit A(2+2i) et B(1+i). On complétera le repèreau fur et à mesure.

1. Déterminer l'affixe de l'image $A_1$ de A par rotation de centre B et d'angle $\pi/4$ .
2. Déterminer l'affixe de l'image $A_2$ de A par translation de vecteur $\vec{v}(-3-2\mathrm{i})$ .
3. Déterminer l'affixe de l'image $A_3$ de A par homothétie de centre B et de rapport -2.

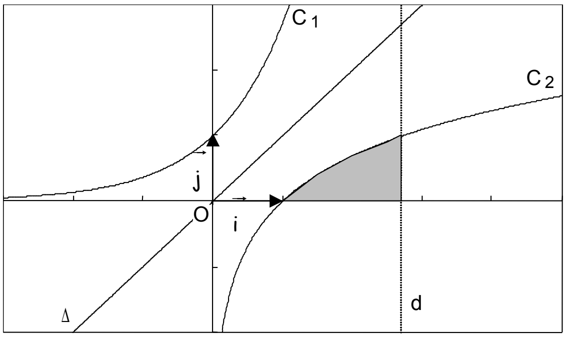
## Ex 2 :

Déterminez les limites ci-dessous :

1. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{lnx}{x^3-4}$ .
2. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(2\mathrm{x}+1)}{x^2}$ .
3. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^{(3\mathrm{x})}}{x^4-2}$ .
4. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)}$ .
5. $\lim\limits_{x\to-\infty} (x^4-2)e^{(3\mathrm{x})}$ .

# Sujet 5

Ex 1:




1. Associez les courbes tracées ont et les équations y=x; y= $e^x$ ; y=lnx; x=e.
1. La courbe (C1) est image de (C2) par quelle transformation ?
2. Hachurez sur le graphique une zone de même aire que la zone grisée.
3. A quelle intégrale correspond l'aire grisée ? Calculez cette aire.
4. Déteminez une équation de la tangente à (C2) à l'abscisse e.

Ex 2:

Soit ABCD un carré. Déterminez dans chaque cas l'ensemble des points M du plan tels que :

1. $\|2\,\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|=\|\overrightarrow{AB}\|$ .
2. $2\,\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$ et $\overrightarrow{MA}+2\,\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}$ soient colinéaires.
3. $\|2\,\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|$ = $\|\overrightarrow{MA}+2\,\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\|$ .

# Sujet 6

Ex 1 :

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé soit (P):-2x+6y-2z+3=0 et (Q):3x-9y+3z+6=0.

1. Que sont (P) et (Q) ?
2. Déterminez un vecteur normal à (P) et un vecteur normal à (Q).
3. (P) et (Q) sont-ils parallèles ?
4. Soit A(1;1;0). $A \in (P)$ ? $A \in (Q)$ ? Conclure.

Ex 2 :

Soit f(x)= $\ln\left(e^{x}+e^{-x}\right)$ .

1. Donnez le domaine de définition de f.
2. Déterminez la parité de f. Conséquences ?
3. Déterminez la limite de f en +oo.
4. Démontrez que $f(x)=x+\ln\left(1+e^{-2x}\right)$ puis déterminez $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln\left(1+e^{-2x}\right)$ Qu'en déduire ?
5. Déterminez les variations de f.

# Sujet 7

Ex 1 :

Dans une urne, il y a 3 boules blanches, 3 boules noires, 3 boules rouges et 3 vertes toutes indiscernables. On tire trois boules au hasard et simultanément. X est la variable aléatoire qui a chaque expérience associe le nombre de boules blanches obtenues.

1. Calculer p(X=0),p(X=1), p(X=2) et p(X=3).
2. Déterminez la loi de X, son espérance et sa variance.

Ex 2 :

Soit $(U_n)$ définie par $U_0=\frac{21}{4}$ et $U_{n+1}=\frac{-1}{3}U_n-5$ .

1. Démontrez en utilisant un récurrence que, pout tout $n\in N$ , $U_n=\frac{27}{3}\times\left(\frac{-1}{3}\right)^n-\frac{15}{4}$ .
2. Etudiez la convergence de $(U_n)$ .

# Sujet 8

Ex 1 :

Soit $z = ae^{i\times\frac{\pi}{4}}$ .

Donnez le module et l'argument de z dans chaque cas :

1. a=i.
2. a=-i.
3. a est réel .
4. a est imaginaire pur
5. a=-1+i.

Ex 2 :

Soit I= $\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^x}dx$ .

1. Déterminez le signe de I.
2. Calculez I.

# Sujet 9

Ex 1 :

1. Déterminez a,b et c tels que, pour tout $x \neq \frac{1}{2}$, $\frac{x^2-1}{2x-1} = ax+b+\frac{c}{2x-1}$ .
2. En déduire $\int_{-1}^{0} \frac{x^2-1}{2x-1} dx$ . (Attention au signe de 2x-1 ...)

Ex 2 :

Parmi les 15 pays de l'Union Européenne, 11 ont été désignés pour participer à la monnaie unique en 2002.Une commission formée de 3 Ministres des finances tirés au sort parmi les quinze est chargée de surveiller la fabrication de la nouvelle monnaie.

1. On note *A* l'événement«les trois membres de la commission sont ministres dans des pays adhérants à la monnaie unique».Montrer que la probabilité de l'événement *A* est égale à $\frac{33}{91}$.
2. La variable aléatoire X désigne le nombre de membres de la commission issus de pays adhérants à la monnaie unique. Quelles sont les valeurs que peut prendre la variable X?
3. Déterminer la loi de probabilité de X et son espérance.

# Sujet 10

## Ex 1 :

Donnez une primitive de :

1. $f(x)=e^{3x}$ .
2. f(x)= $\frac{x}{x^2+1}$ .
3. f(x)= $\frac{e^x}{e^x+4}$ .
4. f(x)= $sin^2(x)$ . On rappelle que $\sin(2x)=2\sin^2 x-1$.
5. f(x)= $4^{x}$ .

## Ex 2 :

Dans l'espace de repère orthonormal direct $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ , on considère les plans $(P_1)$: $x-2y+2z-1=0$ et $(P_2)$: $x-3y+2z+2=0$.

*1.* Montrer que les plans $(P_1)$ et $(P_2)$ sont sécants. On notera $(\Delta)$ leur droite d'intersection.
*2.* Montrer que le point $A$ $(1; 3; 3)$ appartient à la droite $(\Delta)$.
*3.* Démontrer que le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\0\\-1\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite $(\Delta)$.

4. En déduire une représentation paramétrique de la droite $(\Delta)$.

# Sujet 11

Ex 1 :

Un sac contient dix jetons, trois blancs et sept rouges. On extrait simultanément trois jetons du sac.

1. Déterminer la probabilité pour que les trois jetons soient blancs.
2. Déterminer la probabilité pour que les trois jetons soient rouges.
3. Déterminer la probabilité pour qu'au moins un jeton soit blanc.
4. La variable aléatoire $X$ donne le nombre de jetons blancs extraits du sac. Complète le tableau ci-dessous donnant la loi de probabilité de la variable $X$ :

| $x_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X=x_i)=p_i$ | | | | |

5. Déterminer l'espérance mathématique de la variable $X$.

Ex 2 :

1) Dans l'ensemble des nombres complexes, résoudre l'équation $z^2 - 4z + 7 = 0$.

2) a) Dans le plan rapporté à un repère orthonormal $(O;\vec{u},\vec{v})$ placer le point $A$ d'affixe $a = 2 + i\sqrt{3}$ et le point $B$ ayant pour affixe le conjugué de $a$.

b) Construire le point $C$, image de $B$ dans la rotation de centre $A$ et d'angle $\frac{\pi}{3}$. Quelle est la nature du triangle $ABC$?

c) Justifier géométriquement, sans calcul, que le point $C$ appartient à l'axe $(O;\vec{u})$

d) Déterminer l'affixe $c$ du point $C$.

# Sujet 12

Ex 1 :

On considère les nombres complexes $a=-1+i\sqrt{3}$ et $b=-1-i$.

1. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormal direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ d'unité 2 cm, placer les points *A* d'affixe *a* et *B* d'affixe *b*.
2. Construire le point *C* image de *A* dans la rotation de centre *O* et d'angle $-\frac{5\pi}{6}$.
3. Montrer que l'affixe de *C* est égale à $\sqrt{3}-i$.
4. Calculer le quotient $\frac{c-b}{a-b}$. En déduire la nature du triangle ABC.

Ex 2 :

Dans un repère orthonormé du plan, on donne A(1;2), B(4;2+$\sqrt{3}$) et C (2;2-$\sqrt{3}$).

Déterminez tous les angles géométriques de ABC.

# Sujet 13

Ex 1:

La fonction *f* est définie sur [ 0 ; +∞ [ par $f(x) = (x - 1)\,e^{-x}$ .

1. Etudier les variations de la fonction *f*.
2. A l'aide d'une intégration par parties, calculer $\int_1^2 (x-1)\,e^{-x}\,dx$ , en donnant la valeur exacte et une valeur approchée à 0,01 près par défaut.

Ex 2 :

1. Résoudre $z^2-2z+4=0$ et mettre les solutions sous la forme trigonométrique.
2. Résoudre $z^4-2z^2+4=0$ .

# Sujet 14

Ex 1 :

Soit I= $\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^x}dx$ .

1. Déterminez le signe de I.
2. Calculez I.

Ex 2 :

Le plan complexe est muni du repère orthonormal direct $(O;\vec{u},\vec{v})$

Placer les points *A*, *B*, *D* d'affixes respectives $z_A = -2 - 2i$, $z_B = 2$ et $z_D = -2 + 2i$.

1) Calculer l'affixe $z_C$ du point *C* tel que *ABCD* soit un parallélogramme. Placer *C*.

2) Soit *E* l'image de *C* par la rotation de centre *B* et d'angle - $\frac{\pi}{2}$ et *F* l'image de *C* par la rotation de centre *D* et d'angle $\frac{\pi}{2}$ .

Calculer les affixes des points *E* et *F*, notées $z_E$ et $z_F$. Placer *E* et *F*.

3) Vérifier que $\frac{z_F - z_A}{z_E - z_A} = i$ et en déduire la nature du triangle *AEF*.