

Les Nombres

Ex :

Pierre Petitpierre le bûcheron a 2 arbres l'un de 42m, l'autre de 70m. Il veut découper ces arbres en un maximum de bûches les plus grandes possibles et de la même taille. Quelle taille fera chaque bûche ? Expliquer.

Ex :

Un ouvrier dispose de plaques de métal de 110 cm sur 88 cm. Il a reçu la consigne suivante : «Découper dans ces plaques des carrés tous identiques, les plus grands possibles, de façon à ne pas avoir de perte .»

Quelle sera la longueur du côté d'un carré ?

Combien obtiendra-t-on de carrés ?

Ex :

En utilisant la méthode de votre choix, démontrer que les nombres 1432 et 587 sont premiers entre eux .

Ex :

On pose $M = \frac{20755}{9488} - \frac{3}{8}$

Calculer le PGCD de 20755 et 9488.

Mettre M sous la forme d'une fraction irréductible.

Le nombre M est-il décimal ou rationnel ?

Ex:

Un philatéliste possède 1631 timbres français et 932 timbres étrangers. Il souhaite vendre sa collection en réalisant des lots identiques, comprenant le même nombre de timbres français et étrangers .

Calculer le nombre maximum de lots qu'il pourra réaliser.

Combien y aura-t-il de timbres français et étrangers dans chaque lot ?

Ex :

Barnabé possède un champ rectangulaire de 1309 m sur 1001 m . Il souhaite l'entourer avec une rangée de peupliers.

Les arbres doivent être régulièrement espacés et la distance entre 2 arbres consécutifs doit être un nombre entier compris entre 3 et 8m et enfin il doit y avoir un peuplier à chaque sommet du rectangle.

Calculer le nombre de peupliers nécessaires pour entourer le champ de Barnabé.

Ex :

Soient deux nombres A et B dont la somme est égale à 132 et dont le PGCD est 11. Trouver A et B.

Exo 7 :

$D = \frac{387}{333}$ $E = \frac{1846}{2343}$ $G = \frac{5005}{1564}$

Laquelle de ces fractions est irréductible et donc simplifier les deux autres.

Ex :

1. Calculer $(n+1)^2 - n^2$

- En déduire que tout nombre impair peut s'écrire sous la forme d'une différence des carrés de deux entiers consécutifs
- Application à faire à 13 et 45

Ex :

- Démontrez que la somme de deux nombres pair est un nombre pair.
- Démontrez que la somme de deux nombres impair est un nombre pair.

Ex :

1. Soit $A = \frac{\frac{1}{2} - \frac{4}{7}}{-1 + \frac{3}{2}}$.

- Montrer que $A = \frac{-1}{7}$.
- Déterminer la 214^{ème} décimale de A. Expliquer.

- Soit $B = 1,0123123123123123123123123\dots$
 - Quelle est la nature de ce nombre ? Justifier.
 - Retrouver l'écriture fractionnaire de ce nombre. Expliquer.

Ex :

- Quelle est la nature de $0,14314314314314\dots$? Justifier
- Retrouver son écriture fractionnaire.
- Quelle est la 214^{ème} décimale de ce nombre ? Justifier

Ex :

Démontrez que $0,999999999999999999999999\dots = 1$.

Ex 1 : irrationalité de $\sqrt{2}$

Nous allons procéder à une démonstration par l'absurde. On suppose que $\sqrt{2}$ est rationnel, c'est à dire qu'il s'écrit sous la forme d'une fraction irréductible $\frac{p}{q}$ où p et q sont des entiers naturels non nuls. Le but est de trouver une impossibilité qui prouvera que la supposition de départ était fausse.

- Montrer que $p^2 = 2q^2$
- Compléter les tableaux ci-dessous.

Si p se termine par :	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
p ² se terminera par										

Si q se termine par	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2q ² se terminer par										

- Puisque $p^2 = 2q^2$ par quel chiffre se termineront forcément p² et 2q² ? p et q ?
- La fraction $\frac{p}{q}$ est-elle irréductible ?
- Conclusion ?

Ex :

1. Développer $(x+1)(x-1)-x^2$
2. En déduire sans calculatrice $99999999999*99999999997-99999999998^2$.
3. Quel résultat donne la calculatrice ? Expliquer pourquoi.

Ex :

Soit a, b et c trois entiers naturels avec $a > 0$ et $b > c$.
Démontrez que si a divise b et c alors a divise $b-c$.

Ex : L'ensemble des nombres premiers est-il infini ?

1. Donnez les 10 premiers nombres premiers.
2. Supposons qu'il n'existe que k nombres premiers a_1, a_2, \dots, a_k . Soit $b = a_1 \times a_2 \times \dots \times a_k + 1$.
Supposons que b ne soit pas premier.
 - a. Expliquez pourquoi b est divisible par un des k nombres premiers qu'on notera a_i .
 - b. Démontrez que a_i divise $a_1 \times a_2 \times \dots \times a_k$.
 - c. En déduire que a_i divise 1.
3. Conclure.

Ex : Par Cathy brunner, Lycée des Flandres, Hazebrouck.

Question préliminaire : donner la définition d'un nombre premier

- 1) a) Décomposer 756 en produit de facteurs premiers.
b) Décomposer 924 en produit de facteurs premiers.
c) En déduire la simplification du quotient $\frac{756}{924}$.
d) Déterminer le PGCD de 756 et 924.
e) Calculer $\frac{1}{924} - \frac{1}{756}$ en utilisant la décomposition
- 2) BONUS: Quel est le plus petit entier par lequel il faut multiplier 756 pour obtenir le carré d'un entier ?

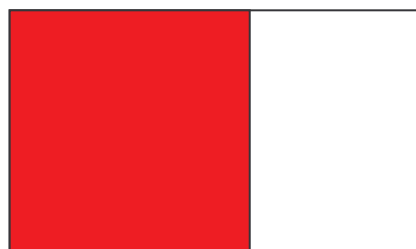
Ex : encore des pgcd***

Dans un rectangle de largeur l et de longueur L où l et L sont entiers, on dessine le plus grand carré possible dont le côté a une longueur entière.

Etape 1 :

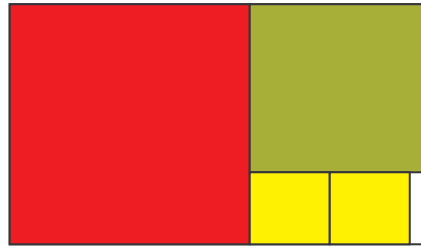


Etape 2 :



Etape 3 :

Etape 4 :



Etc...

On réitère le procédé jusqu'à obtenir le dernier carré à dimensions entières.
Quelles seront ses dimensions ?