Calcul vectoriel

Ex :

1. Soit ABC un triangle et les points E et F tels que :

$\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AF} = -\frac{5}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{9}\overrightarrow{AC}$.

Prouver que A, E et F sont alignés.

2. On a $\overrightarrow{CG} = \frac{5}{6}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AH} = \frac{5}{3}\overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{AC}$.

Exprimer $\overrightarrow{BG}$ et $\overrightarrow{BH}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$. En déduire que les points B, G et H sont alignés.

Ex

1) Dans un repère $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ orthonormal placer A(-1 ;6), B(5 ;9), C(5 ;-6) et D(1 ;2)
2) Monter que ABC est rectangle.
3) Montrer que $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{CA}$ sont colinéaires. Préciser la valeur du réel k tel que $\overrightarrow{CD} = k\overrightarrow{CA}$.
4) Qu'en déduire ? Justifier
5) La parallèle à (AB) passant par D coupe (BC) en E. Déterminer les coordonnées de E. (utiliser 3))
6) Soit F le projeté orthogonal de A sur (BC). Montrer que A,D,E et F sont sur un même cercle
7) Donner les coordonnées du centre I du cercle de 6) et son rayon.

Ex

I. Soit ABCD un parallélogramme, M un point du plan et N tel que $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BC}$.
À l'aide d'égalités vectorielles, justifier que les segments [AN] et [DM] ont même milieu.

II. Soit ABC un triangle.

Placer les points D et E tels que : $\overrightarrow{EB} = \overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{ED} = 2\overrightarrow{BC}$.
Montrer que le point C est le milieu du segment [AD].

III. Soit ABCD un parallélogramme, E le milieu de [BC] et F le milieu de [DC].

a. Démontrer que $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$.

b. Démontrer que $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$

Ex :

On se place dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ orthonormal. Les parties I et II et III sont indépendantes.

Partie I : Un peu de cours

1) Soit (d) : 2x-3y+7=0. Donner un vecteur directeur de (d) et le coefficient directeur de (d)
2) Soit $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix} et \overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}9\\-13{,}5\end{pmatrix}$. Que dire de A,B et C ? justifier.

Recopier et compléter :Si $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ alors ……………………..

Partie II :Trouver les coordonnées du centre de gravité G de ABC grâce aux équations de droites

Soit A(1 ;4), B(-3 ;2) et C(3 ;-6)

1) Déterminer les coordonnées de I milieu de [AB] et J milieu de [BC]
2) Trouver l'équation cartésienne de (CI). Tracer (CI)
3) Trouver l'équation cartésienne de (AJ). Tracer (AJ)
4) Résoudre $\begin{cases}9x+4y=3\\-6x+y=-2\end{cases}$

5) En déduire les coordonnées de G. Vérifier graphiquement

Partie III :Trouver les coordonnées du centre de gravité G de ABC grâce aux vecteurs

On admettra pour cette partie que $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

Soit A(1 ;4), B(-3 ;2) et C(3 ;-6)

1) Montrer que $\overrightarrow{OG}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}\right)$. On utilisera Chasles dans l'égalité admise.
2) On pose G(x ;y). Déterminer x et y .(Utiliser 1) et les coordonnées)

Ex :

1. Soit ABC un triangle et les points E et F tels que :

$\overrightarrow{AE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AF}=-\frac{5}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{5}{9}\overrightarrow{AC}$.

Prouver que A, E et F sont alignés.

2. On a $\overrightarrow{CG}=\frac{5}{6}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AH}=\frac{5}{3}\overrightarrow{AB}-4\overrightarrow{AC}$.

Exprimer $\overrightarrow{BG}$ et $\overrightarrow{BH}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$. En déduire que les points B, G et H sont alignés.

Ex:

Soit ABCD un parallélogramme de centre O. Simplifier en n'utilisant que A,B,C,D ou O.

1. $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$
2. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}$
3. $\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OB}$
4. $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}$

Ex :

1. Dans $(O;\vec{i},\vec{j})$ orthonormé, placer A(-1 ;1), B(4 ;2) ,C(-2 ; $\frac{-5}{2}$) et I(0 ;-1). On complétera la figure au fur et à mesure.
2. Montrer que $\overrightarrow{BI}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires. Qu'en conclure ?
3. Placer D tel que $\overrightarrow{AD}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AI}$. Calculer les coordonnées de D.
4. Montrer que $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.
5. En déduire que ABI et CDI sont semblables.
6. Déterminer le rapport de similitude entre ABI et CDI.
7. Donner les coordonnées du milieu M de [AI].
8. Trouver N(x,y) tel que CMND soit un parallélogramme.
9. Qu'est N pour [BI] ? Justifier.

Ex :

On se place dans une repère orthonormé (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$). On considère les points A(-1 ;4), B(-4 ;-2) et C(1 ;0).

1. Faire un figure que l'on complétera au fur et à mesure.
2. Calculer les coordonnées de D de façon à ce que ABCD soit un parallélogramme.
3. Déterminer les coordonnées du point M, intersection des diagonales de ABCD.
4. Soit E(6 ;2). Démontrer que B,C et E sont alignés.
5. Soit F(-7 ;4). Démontrer que les droites (BF) et (AC) sont parallèles et que la droite (AF) est parallèle à l'axe des abscisses.
6. Soit G le point défini par $3\overrightarrow{GE}+4\overrightarrow{GF}=\vec{0}$.
   a. Démontrer que G,E et F sont alignés.
   b. Déterminer les coordonnées de G dans (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$).
   c. Démontrer que G$\in$(AB).