Calcul Vectoriel

Ex :

1. Dans $(O;\vec{i},\vec{j})$ orthonormé, placer A(-1 ;1), B(4 ;2) ,C(-2 ; $\frac{-5}{2}$) et I(0 ;-1). On complétera la figure au fur et à mesure.
2. Montrer que $\overrightarrow{BI}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires. Qu'en conclure ?
3. Placer D tel que $\overrightarrow{AD}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AI}$. Calculer les coordonnées de D.
4. Montrer que $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.
5. En déduire que ABI et CDI sont semblables.
6. Déterminer le rapport de similitude entre ABI et CDI.
7. Soit M le milieu de [AI]. Trouver N(x,y) tel que CMND soit un parallélogramme.
8. Qu'est N pour [BI] ? Justifier.

Ex :

1. $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\3\\-1\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\-1\\3\end{pmatrix}$ *et* $\vec{w}\begin{pmatrix}7\\2\\10\end{pmatrix}$ sont-ils coplanaires ? justifiez.
2. A(1 ;-2 ;3) , B(1 ;2 ;-1) et C(1 ;1 ;0) sont-ils alignés ? Justifiez.
3. A(3 ;1 ;-2), B(2 ;3 ;2), C(4 ;-2 ;0) et D(3 ;0 ;4). Ces quatre points sont-ils coplanaires ?

Ex :

On se place dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. Soit (*d)* la droite passant par *A(1 ;-1 ;2)* et de vecteur directeur $\vec{u}=3\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$ et (d') la droite passant par *B(8 ;-1 ;3)* et de vecteur directeur $\vec{v}=-\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$.

Montrer que ces deux droites sont coplanaires.

Ex : vecteurs

Dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ orthonormé, placer les points A(6 ;3), B(-3 ;0), C(5 ;4) et D(-1 ;1).

1. Montrez que (OA) et (BC) sont parallèles.
2. Les points B,C et D sont-ils alignés ? Justifiez.
3. Déterminez x tel que M(25 ;x) soit aligné avec A et B.

Soit E($\frac{-7}{3}$;m). Pour quelle(s) valeur(s) de m, le quadrilatère DOAE est-il un trapèze ? Justifiez.

Ex :

Soit ABCD un rectangle. Soit I milieu de [AB] et K tel que $\overrightarrow{DK}=\frac{2}{3}\overrightarrow{DI}$. Nous allons montrer de 3 manières différentes que A,K et C sont alignés.

1. Montrer que A,K et C sont alignés par calcul vectoriel

2. a. En utilisant le repère $(A\ ;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})$ donner les coordonnées de A,B,D,I, K et C.
   b. En déduire de A,K et C sont alignés.

3. En Utilisant les configurations planes (sans vecteur) montrer que A,K et C sont alignés.

Ex :

Soit ABC un triangle. Soit I le milieu de [BC] et B' symétrique de B par rapport à A. Soit M tel que $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

1. Démontrez que $\overrightarrow{B'M}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.
2. Démontrez que $\overrightarrow{B'I}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.
3. En déduire que $\overrightarrow{B'I}$ et $\overrightarrow{B'M}$ sont colinéaires.
4. Qu'en déduire ?

Ex :

Soit ABCDEFGH un cube. Soit I le point tel que $\overrightarrow{AI}=2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$ et J tel que $\overrightarrow{CJ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CG}$.

1. Montrez que I, J et H sont alignés et précisez la position particulière de J.
2. I,B,J et H sont-ils coplanaires ? Justifiez.

Ex :

Soit ABCD un tétraèdre. On considère les points I et J milieux respectifs de [BC] et [AD] et le point K tel que $\overrightarrow{AK}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{CD}\right)$.

1. Montrez que I,J et K sont alignés.
2. En déduire la nature de AKDI.
3. Que peut-on alors dire des points A,K,D et I ?

Ex :

Soit A,B,C et D quatre points non alignés. Soit I milieu de [AD] et J milieu de [BC].

1. Démontrez que $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}=2\overrightarrow{IJ}$.
2. Démontrez que $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}=2\overrightarrow{IJ}$.

Ex : 3 méthode différentes

Soit ABCD un rectangle. Soit I milieu de [AB] et K tel que $\overrightarrow{DK}=\frac{2}{3}\overrightarrow{DI}$. Nous allons montrer de 3 manières différentes que A,K et C sont alignés.

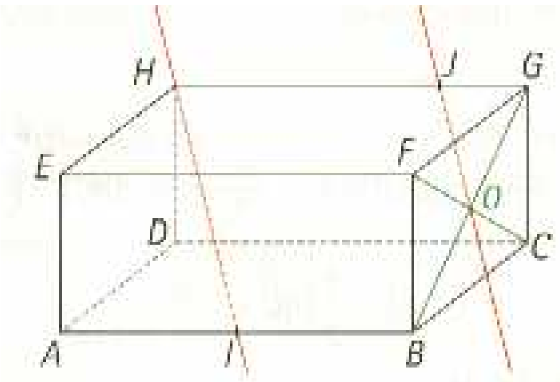
4. Montrer que A,K et C sont alignés par calcul vectoriel

5. a. En utilisant le repère (A ; $\overrightarrow{AB}$,$\overrightarrow{AD}$) donner les coordonnées de A,B,D,I, K et C.
   b. En déduire de A,K et C sont alignés.

6. En Utilisant les configurations planes (sans vecteur) montrer que A,K et C sont alignés.

Ex :

Soit ABCDEFGH un pavé droit. On note I le milieu de [AB] , J le points tel que $\overrightarrow{HJ}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ et O le centre de la face BCGF.



Montrez que (IH) et (JO) sont parallèles.

Ex : droites coplanaires ou pas

L'espace est rapporté à (O ; $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$). Soit (d1) la droite passant par A(1 ;-1 ;2) et de vecteur directeur $\vec{u}=3\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$ et soit (d2) la droite passant par B(8 ;-1 ;3) et de vecteur directeur $\vec{v}=-\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$. Montrer que (d1) et (d2) sont coplanaires.

Ex : droites coplanaires.

Dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ orthonormé soit A(0 ;0 ;4), B(1 ;0 ;3) et C(0 ;1 ;7).

1. Démontrer que A, B et C déterminent un plan.
2. Soit (d1) la droite passant par A dont un vecteur directeur est $\overrightarrow{AB}$. Soit (d2) la droite passant par C dont un vecteur directeur est $\vec{u}=2\vec{i}-3\vec{j}-11\vec{k}$.
   a. Démontrer que (d1) et (d2) sont coplanaires.
   b. Démontrer que (d1) et (d2) sont sécantes.

Ex : Veux tu mon point dans la face ?

Soit ABCD un tétraèdre et I le point définie par $\overrightarrow{AI}=3\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}$.

1. Faire un dessin.
2. Exprimer $\overrightarrow{BI}$ en fonction de $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BD}$.
3. En déduire que I appartient à une face du tétraèdre.

Ex : vecteurs coplanaires

ABCDEFGH est un cube. Soit I le milieu de [AB], J le milieu de [BF] et K celui de [BC].

1. Démontrer que $\overrightarrow{IJ}, \overrightarrow{BG}, \overrightarrow{DG}$ sont coplanaires.
2. Démontrer que $\overrightarrow{EB}, \overrightarrow{AK}, \overrightarrow{AG}$ sont coplanaires.