

# Barycentres

## Ex : barycentre

Soit ABCD un parallélogramme. I est le barycentre de (A ; -2) et (B ; 5). J barycentre de (C ; 1) et (D ; 2).

1. Construire I et J.
2. Quel est l'ensemble des points du plan tels que  $\| -2\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB} \| = \| \overrightarrow{MC} + 2\overrightarrow{MD} \|$  ? Justifier.
3. Montrer que le milieu de [BC] appartient à l'ensemble obtenu au 2.

## Ex : Propriétés du barycentre.

Soit ABCD un tétraèdre. On considère E le barycentre de (A ; 1), (B ; -2) et (C ; 3), F le milieu de [ED], G le barycentre de (A ; 1) et (D ; 2) et H celui de (B, -2) et (C ; 3)

1. Faire un dessin et placer E, F, G et H. Expliquer.
  2. Montrer que F, G et H sont alignés (On pourra partir de F barycentre de {(E ; 2) ; (D ; 2)}).
- Montrer que B, C, F et G sont coplanaires

## Ex :

Soit ABCD un parallélogramme. I est le barycentre de (A ; -2) et (B ; 5). J barycentre de (C ; 1) et (D ; 2).

4. Construire I et J.
5. Quel est l'ensemble des points du plan tels que  $\| -2\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB} \| = \| \overrightarrow{MC} + 2\overrightarrow{MD} \|$  ? Justifier.

## Ex : droites concourantes

Soit ABC un triangle et I, J et K les points définis par :

I est le symétrique de A par rapport à B,

$$\overrightarrow{JC} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} \text{ et } \overrightarrow{CK} = -2\overrightarrow{CB}.$$

Démontrez que (AK), (BJ) et (CI) sont concourantes.

## Ex : Associativité du barycentre.

Soit ABCD un parallélogramme. G est la barycentre de (A, 2) et (B, 1). H est le barycentre de (C, 2) et (D, 1).

1. Montrer que [GH], [AC] et [BD] ont le même milieu I.
2. Soit J le barycentre de (G, 3) et (D, 1). Montrer que J est aussi milieu de [AI]. En déduire la position de J sans aucun calcul.

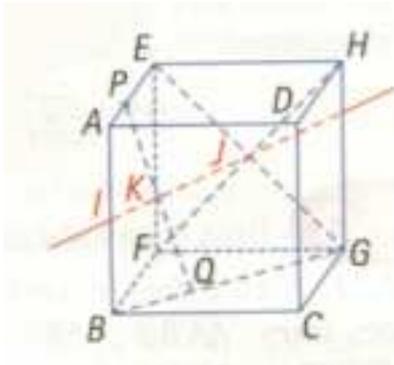
Ex :

ABCD est un carré de centre O et de côté a.

1. Déterminer et placer G, le barycentre de  $\{(A,1);(B,5);(C,1);(D,1)\}$
2. Calculer BG et BO.
3. En déduire le lieu géométrique des points M du plan tel que  $\|\vec{MA}+5\vec{MB}+\vec{MC}+\vec{MD}\|=2a\sqrt{2}$ .

Ex : Alignement...

Soit ABCDEFGH le cube ci-dessus. On a  $\vec{BQ} = \frac{1}{3}\vec{BG}$  et  $\vec{AP} = \frac{1}{3}\vec{AE}$ . Soit I le milieu de [AB], J le milieu de [EG] et K le milieu de [PQ].



1. Déterminez les entiers n et m tels que P soit barycentre de  $\{(A, m);(E, n)\}$  et Q celui de  $\{(B, m);(G, n)\}$ .
2. a. Expliquez pourquoi K est barycentre de  $\{(P, 3); (Q, 3)\}$   
b. En utilisant l'associativité du barycentre exprimer K comme barycentre de A, B, E et G.
3. En déduire que K, I, J sont alignés.
4. Conclure pour K, I, J, P et Q.