Angles orientés

Ex :

Soit [AB] un segment tel que AB=2cm.

1. Construisez les point C,D et E tels que $\left(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}\right)=-\dfrac{2\pi}{3}$ et BC=2cm, $\left(\overrightarrow{CB};\overrightarrow{CD}\right)=\dfrac{\pi}{4}$ et CD=3cm, $\left(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DE}\right)=-\dfrac{\pi}{6}$ et DE=2cm.
2. Déterminez $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{DE}\right)$.

Ex: Polaire et cartésien.

Dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ orthonormé, soit A($\sqrt{3}$;-1).

1. Donnez les coordonnées de A dans le repère polaire $(O;\vec{i})$. Justifiez.
2. Soit B, image de A par la rotation de centre O et d'angle $\dfrac{-2\pi}{3}$. Montrez que les coordonnées de B dans le repère polaire $(O;\vec{i})$ sont (2 ; $\dfrac{-5\pi}{6}$).
3. Déterminez les coordonnées de B dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ orthonormé.

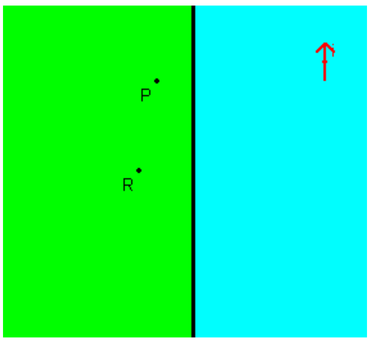
Ex :

Un voilier V cherche sa position sur une carte. Il repère à terre un phare P et un gros rocher R. Le bateau suit la direction indiquée par le vecteur $\vec{n}$. Le navigateur mesure les angles orientés ci-dessous :

* Le phare est à 45°, $\left(\vec{i};\overrightarrow{VP}\right)=\dfrac{\pi}{4}(2\pi)$

* Le rocher est à 120°, $\left(\vec{i};\overrightarrow{VR}\right)=\dfrac{2\pi}{3}(2\pi)$

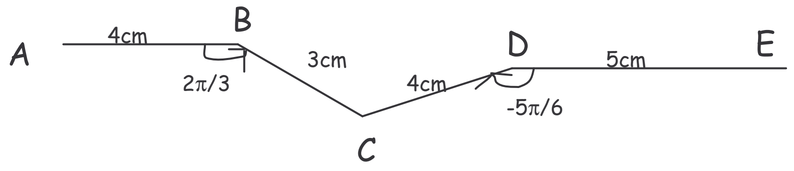
Déterminez la position du voilier V et la mesure principale de $\left(\overrightarrow{VR},\overrightarrow{VP}\right)$.



Ex : La ligne brisée.

La ligne brisée ci-dessous a été dessinée « vite fait » sans vraiment mesurer. On sait que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DE}$ sont colinéaires et de même sens.

1. Déterminez la mesure principale de $\left(\overrightarrow{CB};\overrightarrow{CD}\right)$.
2. Représentez précisément cette ligne brisée.



Ex : Résoudre sur]-π ;π].

a) $2\cos^2(x)+3\cos(x)-2=0$
b) $2\sin^2(x)+3\sin(x)-2=0$

Ex : Ca me botte.

Soit ABC un triangle isocèle en A direct tel que $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)=\frac{2\pi}{3}(2\pi)$ et AB=6cm.

1. Déterminez les mesures principales de $\left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}\right)$ et $\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB}\right)$. Justifiez.

2. Déterminez et tracez dans chaque cas le lieu du point M. Justifiez.
a. $\left(\overrightarrow{MA};\overrightarrow{AB}\right)=\frac{2\pi}{3}(\pi)$
b. $\left(\overrightarrow{MB};\overrightarrow{AC}\right)=\frac{-\pi}{3}(2\pi)$
c. $\left(\overrightarrow{MA};\overrightarrow{MB}\right)=\pi(2\pi)$

3. Soit I le milieu de [BC]. Démontrez que $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BI}=BI^2=\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CI}$.

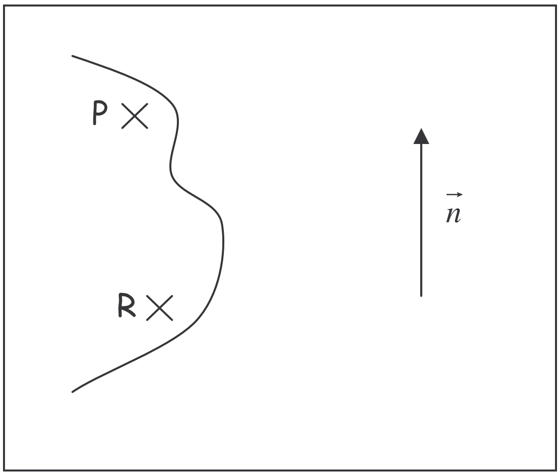
Ex : Résoudre dans R.

c) $2x^2+3x-2=0$.
d) $2\cos^2(x)+3\cos(x)-2=0$. (Utilisez a.)

Ex : le voilier.

Un voilier V naviguant le long d'une côte dans la direction $\vec{n}$ relève deux amers :

- Le phare P à 45° (C'est-à-dire $\left(\vec{n},\overrightarrow{VP}\right)=\frac{\pi}{4}(2\pi)$)
- Le rocher R à 120° ((C'est-à-dire $\left(\vec{n},\overrightarrow{VR}\right)=...(2\pi)$)



Déterminez la position du bateau. Justifiez.

Ex : Résoudre.

1. $\sin(x)=\frac{-\sqrt{2}}{2}$ sur $]-\pi\,;\pi]$.
2. $\cos(x)=\frac{-\sqrt{3}}{2}$ sur $]0\,;2\pi]$.
3. $\sin(x)=-0{,}234$ sur $]-\pi\,;\pi]$.
4. $\cos(2x+\pi/2)=\frac{1}{2}$ sur $]-\pi\,;\pi]$.

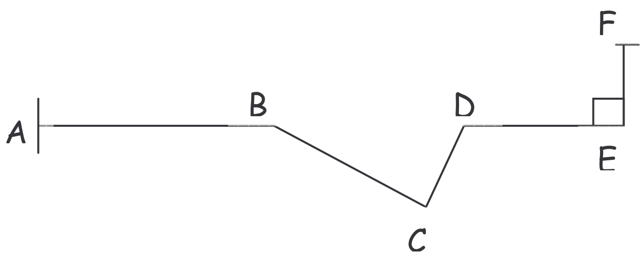
On fera chaque fois un cercle trigonométrique.

Ex : angles et parallélogramme

Soit ABCD un parallélogramme direct. Soit E l'intersection des bissectrices de $B\hat{A}D$ et $A\hat{B}C$

1. Montrer que $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD})+(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA})=\pi \quad (2\pi)$.
2. En déduire que $(\overrightarrow{EA};\overrightarrow{EB})=\frac{\pi}{2} \quad (2\pi)$.
3. Montrer que les bissectrices des angles opposé de ABCD sont parallèles.
4. En déduire que les 4 bissectrices intérieurs d'un parallélogramme forment un rectangle.

Ex : Propriétés des angles orientés.



On sait :

$(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC})=\frac{3\pi}{4} \quad (2\pi)$, $(\overrightarrow{CB};\overrightarrow{CD})=\frac{-\pi}{3} \quad (2\pi)$,

$(\overrightarrow{CB};\overrightarrow{CD})=\frac{-\pi}{3} \quad (2\pi)$ *et* $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{DE}$ *sont colinéaires.*

1. Déterminez la mesure principale de $(\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DE})$. Détaillez.
2. Déterminez la mesure principale de $(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{EF})$. Détaillez.

Ex : résoudre et placer sur le cercle trigo ($k \in \mathbb{Z}$)

$a) 4t = 3\pi + k \times 2\pi$
$b) 3t + \frac{\pi}{6} = t - \frac{\pi}{2} + k \times 2\pi$
$c) -2t - \frac{\pi}{3} = -3t - \frac{\pi}{2} + k \times \pi$

Ex : résoudre sur]-π ;π]

$a) \sin x = -\frac{1}{2}$
$b) \cos x = \frac{\sqrt{3}}{-2}$
$c) \sin(x + \frac{\pi}{3}) = \sin x$
$d) \cos(2x + \pi) = \cos(x - \frac{\pi}{2})$

Ex : second degré et sinus

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ $-2x^2 + x(\sqrt{2}+1) - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$
2. En déduire les solutions de $-2(\sin x)^2 + (1+\sqrt{2})\sin x - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$

Ex :

Soit f(x)= $2x^3 + x^2 - 5x + 2$
1) Dériver f
2) Etude du signe de f'
3) Variation de f
4) Expliquer pourquoi f(x)=0 à 3 solutions d'après le tableau de variation. Donner les 3 intervalles contenant une solution.
5) Calculer f(1). Qu'en déduire ?
6) Résoudre f(x)=0
7) En déduire les solutions de $2\sin^3 x + \sin^2 x - 5\sin x + 2 = 0$ sur [0 ;2π]. Détailler.
8) De même avec $2\cos^3 x + \cos^2 x - 5\cos x + 2 = 0$.