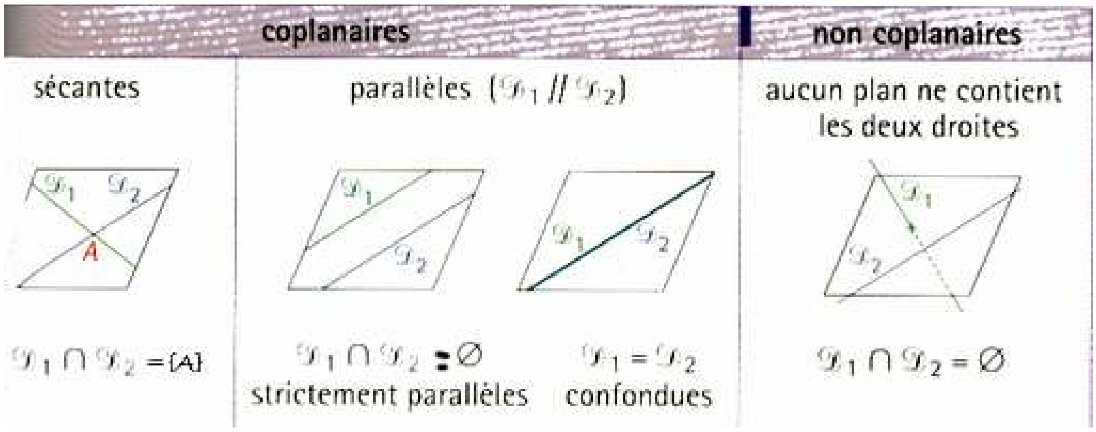
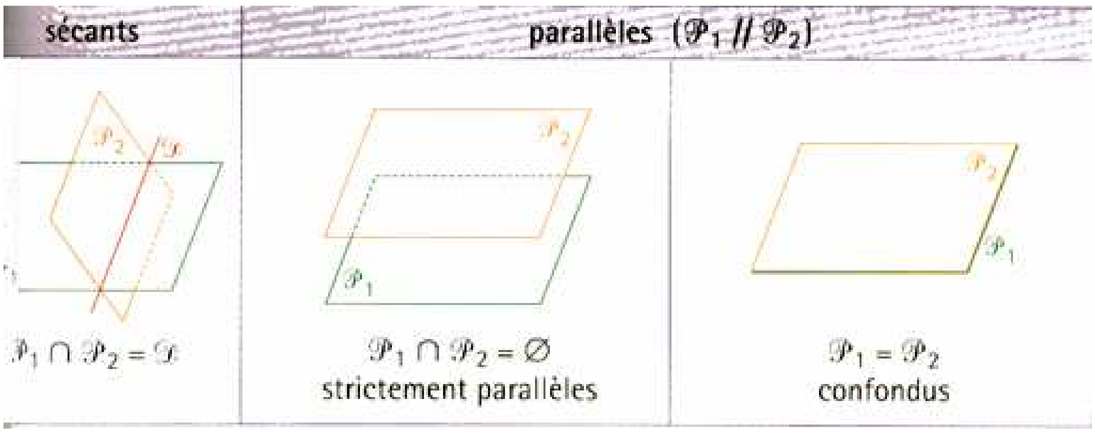
Géométrie dans l’espace

I. Position relatives de droites et plans

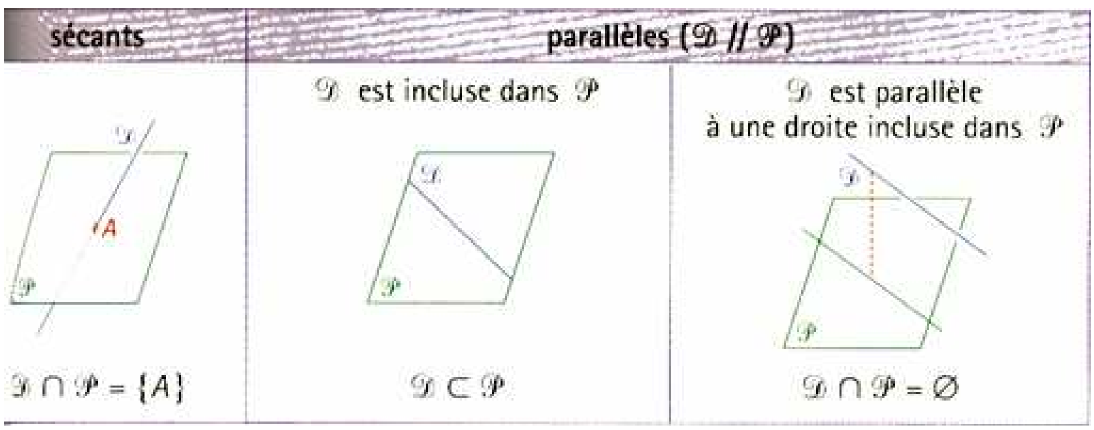
1. Positions relatives de deux droites .



2. Positions relatives de deux plans



3. Positions relatives d’une droite et d’un plan



II. Parallélisme dans l'espace.

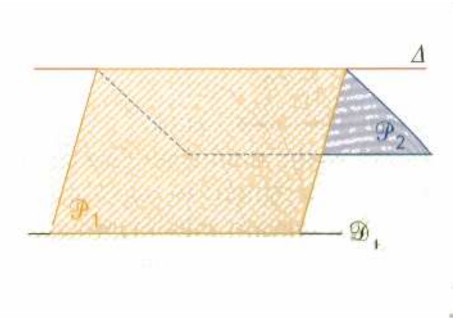
1. Propriétés

Prop : Si deux droites sont parallèles alors :

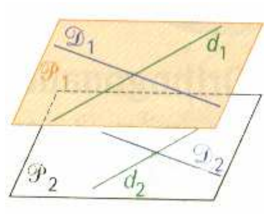
- Tout plan parallèle à l'une est parallèle à l'autre.
- Toute droite parallèle à l'une est parallèle à l'autre.
-

2. Théorème du Toit :

Si on a deux droites parallèles (d_1) et (d_2) respectivement incluses sans les plans (P_1) et (P_2) et une troisième droite $\Delta=(P_1)\cap(P_2)$ alors $\Delta//(d_1)//(d_2)$



3. Parallélisme de deux plans :



Si il existe deux droites (d_1) et (d_2) incluses dans (P_1) et deux droites (D_1) et (D_2) incluses dans (P_2) telles que $(d_1)// (D_1)$ et $(d_2)// (D_2)$ alors $(P_1)// (P_2)$.

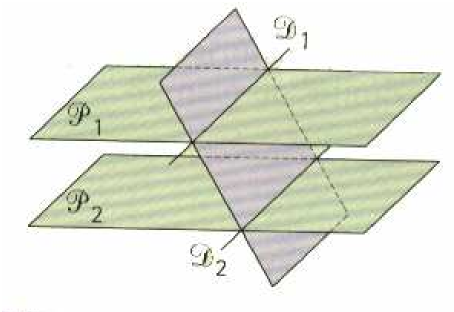
Propriétés :

Si deux plans sont parallèles alors :

- Toute droite parallèle à l'un est parallèle à l'autre.
- Tout plan parallèle à l'un est parallèle à l'autre.

4. Plan sécant à deux plans parallèles :

Si deux plans sont parallèles alors tout plan qui coupe l'un coupe l'autre et les deux intersections sont parallèles.



III. Orthogonalité dans l'espace.

1. Orthogonales ou perpendiculaires ?

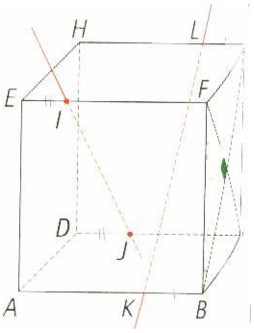
Deux droites **coplanaires** sécantes selon un angle droit sont **perpendiculaires.**

Deux droites (d1) et (d2) sont **orthogonales** si et seulement si il existe une droite (d3) telle que (d1) et (d3) soient parallèles et que (d2) et (d3) sont perpendiculaires.

Conséquences :

- Si deux droites sont perpendiculaires alors elles sont orthogonales (la réciproque est fausse)
- Si deux droites sont orthogonales alors toute droite parallèle à l'une est orthogonale à l'autre.
- Si deux droites sont parallèles alors toute droite orthogonale à l'une est orthogonale à l'autre.

Ex :



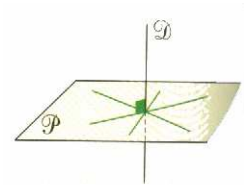
(EF) et (EH) sont perpendiculaires.
(EF) et (AD) sont orthogonales.

(IJ) // (FC) et (FC) et perpendiculaire à (EF) donc (EF) est perpendiculaire à (IJ).

Cherchez d'autres droites orthogonales …

2. Orthogonalité entre droites et plans.

- Si un plan contient deux droites sécantes et orthogonales à une droite (d), alors la droite (d) et le plan sont orthogonaux (ou perpendiculaires).



- Si une droite (d) et un plan sont orthogonaux (ou perpendiculaires) alors la droite (d) est orthogonale à toutes les droites de ce plan.

Propriétés :

- Deux plans orthogonaux à la même droite sont parallèles.
- Deux droites orthogonales au même plan sont parallèles.
- Si deux droites sont parallèles alors tout plan perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.
- Si deux plans sont parallèles alors toute droite perpendiculaire à l'un est perpendiculaire à l'autre.

3. Plan médiateur.

Prop : Soit A et B deux points distincts de l'espace.

L'ensemble des points équidistants de A et de B est le plan orthogonal à (AB) qui passe par le milieu de [AB]. Ce plan est appelé plan médiateur de [AB].